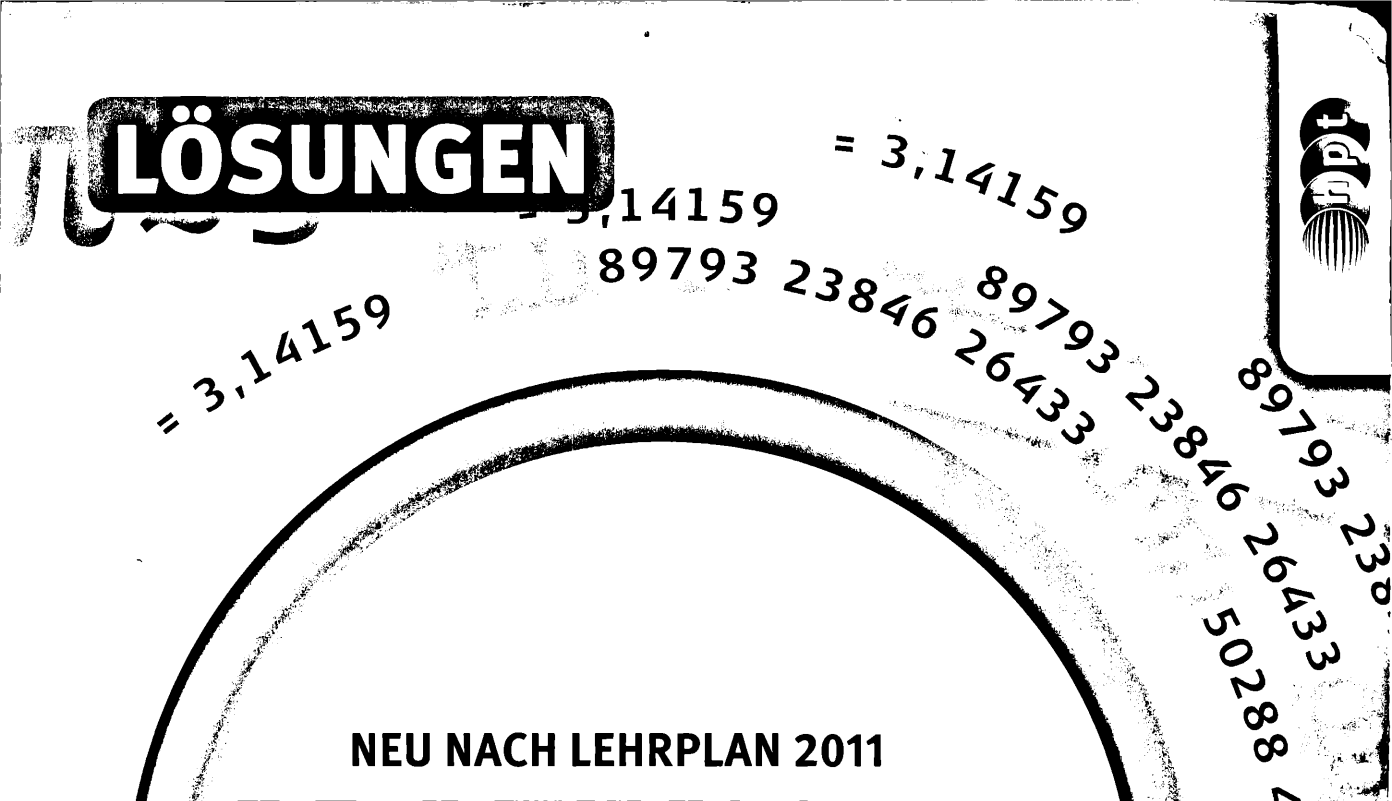


NEU NACH LEHRPLAN 2011

MATHEMATIK 1

SIDLO
PUHM
STEINMAIR
DRS
DULLNIG
POLLACK-DRS
WYMLATIL

MIT TECHNISCHEN ANWENDUNGEN

NEU+

BILDUNGSSTANDARDS

KOMPETENZORIENTIERT

ZUR NEUEN RDP



Eva-Maria Sidlo
Ursula Puhm
Cornelia Steinmair
Wolfgang Drs
Petrus Dullnig
Susanne Pollack-Drs
Georg Wymlatil

Mathematik mit technischen Anwendungen, Band 1
Neu nach Lehrplan 2011

Lösungen

bearbeitet von
Petrus Dullnig und Birgit Schiefer

Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH
www.hpt.at

Dieses Lösungsheft enthält die Lösungen zu den Aufgaben in folgendem Schulbuch:

Schulbuch Nr. 155018 „Mathematik mit technischen Anwendungen, Band 1 – Neu nach Lehrplan 2011"

Die Autorinnen und Autoren sowie der Verlag bitten, alle Anregungen und Vorschläge, die dieses Lösungsheft betreffen, an folgende Adresse zu senden:

Verlag Hölder – Pichler – Tempsky GmbH, Lektorat
1090 Wien, Frankgasse 4
E-mail: service@hpt.at

1. Auflage, Nachdruck 2014 (1,02)

Technische Zeichnungen: Herbert Löffler
Satz: Peter Barosch KG, 1220 Wien
Druck und Bindung: Brüder Glöckler GmbH, 2752 Wöllersdorf

ISBN 978-3-230-03550-9

1 Zahlen und Mengen

1.1 *1)* 26 *2)* 38 *3)* 66 *4)* 54

1.2 *a)* $2 \cdot 5 + 4 \cdot (3 + 1)$ *b)* $2 \cdot (5 + 4 \cdot 3 + 1)$ *c)* $2 \cdot (5 + 4) \cdot 3 + 1$

1.3 *a)* 10 *b)* 13 *c)* –19

1.4 *1)* 500 – 78 Die Reihenfolge der Subtrahenden darf vertauscht werden.
2) 45 – 20 Mehrere Subtrahenden können zusammengefasst werden.
3) 100 + 168 Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz anwenden.
4) 325 + 30 – 100 Das Kommutativgesetz anwenden. Mehrere Subtrahenden können zusammengefasst werden.

1.5 *a)* 7 728 *b)* 901 *c)* 685

1.6 *1)* 209 bzw. 29 *2)* 110 und 10, 45 und 38 *3)* 19, 38, 45

1.7 *a)* Die Summe vergrößert bzw. vermindert sich um vier.
b) Die Summe vergrößert sich um zehn.
c) Die Summe vergrößert sich um eins.
d) Die Summe bleibt unverändert.

1.8 *a)* Die Differenz vergrößert bzw. vermindert sich um 40.
b) Die Differenz vermindert bzw. vergrößert sich um drei.
c) Die Differenz vergrößert sich um eins.
d) Die Differenz vergrößert sich um 21.

1.9 *1)* Falsch; addiert man null mit einem weiteren Summanden, ist das Ergebnis gleich dem weiteren Summanden.
2) Falsch; zB bei 4 – 1 = 3 ist die Differenz 3 und daher größer als der Subtrahend 1.
3) Falsch; zB bei 4 – 3 =1 ist die Differenz 1 und daher kleiner als der Minuend 4.

1.10 *1)* 432 bzw. 6 *2)* $2 \cdot 24, 9 \cdot 6, 3 \cdot 18, 12 \cdot 4$ *3)* $9 \cdot 12$ und $6 \cdot 18$, $9 \cdot 24$ und $12 \cdot 18$

1.11 *a)* Das Produkt verdoppelt bzw. vervierfacht sich.
b) Das Produkt bleibt unverändert.
c) Das Produkt verachtfacht sich.

1.12 *1)* 1, 2, 3, 6, 9, 18 *2)* 1, 17

1.14 Teiler von 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
Multiplikationen mit je zwei Faktoren: $1 \cdot 36$; $2 \cdot 18$; $3 \cdot 12$; $4 \cdot 9$; $6 \cdot 6$

1.15

ist Teiler von	216	324	540	960	1 260	2 916	3 600	6 930
2	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
3	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
4	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	
5			✗	✗	✗		✗	✗
6	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
8	✗			✗			✗	
9	✗	✗	✗		✗	✗	✗	✗
12	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	
25							✗	

1.16 *a)* $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ *b)* $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ *c)* $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ *d)* $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

1.17 *a)* 210 *b)* 1 155 *c)* 360 *d)* 462

1.18 – 1.30

1.18 ***a)*** 42 ***b)*** 45 ***c)*** 22 ***d)*** 28

1.19 ***a)*** ***1)*** 5 040 ***2)*** 12 ***b)*** ***1)*** 6 750 ***2)*** 225

1.20 ***a)*** keine vollkommene Zahl
b) vollkommene Zahl
c) keine vollkommene Zahl
d) vollkommene Zahl

1.21 Summe der Teiler von 220: $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
Summe der Teiler von 284: $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$

1.22 ***1)*** $1\,641 - 2 \cdot 5 = 1\,631;\ 163 - 2 \cdot 1 = 161;\ 16 - 2 \cdot 1 = 14;\ 7 \mid 14 \Rightarrow 7 \mid 16\,415$
$1\,018 - 2 \cdot 7 = 1\,004;\ 100 - 2 \cdot 4 = 92;\ 9 - 2 \cdot 2 = 5;\ 7 \nmid 5 \Rightarrow 7 \nmid 10\,187$
2) $332 - 9 \cdot 8 = 260;\ 26 - 9 \cdot 0 = 26;\ 13 \mid 26 \Rightarrow 13 \mid 3\,228$
$1\,168 - 9 \cdot 7 = 1\,105;\ 110 - 9 \cdot 5 = 65;\ 13 \mid 65 \Rightarrow 13 \mid 11\,687$

1.23 Teilbarkeitsregel für 11 zB „Unterstreiche jede zweite Ziffer und bilde die Summe der unterstrichenen bzw. die Summe der nicht unterstrichenen Ziffern. Subtrahiere die kleinere von der größeren Summe. Ist das Ergebnis durch 11 teilbar, ist auch die ursprüngliche Zahl durch 11 teilbar."
$1\underline{1}\,5\underline{2}9 \Rightarrow 1 + 5 + 9 - (1 + 2) = 12;\ 11 \nmid 12 \Rightarrow 11 \nmid 11\,529$
$1\underline{0}\,5\underline{1}6 \Rightarrow 1 + 5 + 6 - (0 + 1) = 11;\ 11 \mid 11 \Rightarrow 11 \mid 10\,516$
Teilbarkeitsregel für 19 zB „Verdopple die Einerziffer und addiere sie zur Zahl ohne Einerziffer. Ist das Ergebnis durch 19 teilbar, ist auch die ursprüngliche Zahl durch 19 teilbar."
$10\,516 \Rightarrow 1\,051 + 2 \cdot 6 = 1\,063;\ 106 + 2 \cdot 3 = 112;\ 11 + 2 \cdot 2 = 15;\ 19 \nmid 15 \Rightarrow 19 \nmid 10\,516$
$11\,039 \Rightarrow 1\,103 + 2 \cdot 9 = 1\,121;\ 112 + 2 \cdot 1 = 114;\ 11 + 2 \cdot 4 = 19;\ 19 \mid 19 \Rightarrow 19 \mid 11\,039$

1.24 $84 = 17 + 67$, $312 = 83 + 229$ und $586 = 83 + 503$

1.25 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397
Der Vorgang muss bis zur Zahl 19 durchgeführt werden.
$19 \cdot 19 = 361$ ist die letzte Zahl, die gestrichen wird. $19 \cdot 20 = 380$, $19 \cdot 21 = 399$ sind bereits gestrichen, da sie auch durch 2 bzw. durch 3 teilbar sind. $19 \cdot 22 = 418$ ist größer als 400.
$20 \cdot 20 = 400$ ist bereits gestrichen.

1.26
- Dividiere die kleinere Zahl durch den Rest.
- Setze den Vorgang fort, bis der Rest null ist.
- Der ggT der beiden Zahlen ist der Divisor der zuletzt ausgeführten Division.

a) 3 ***b)*** 2 ***c)*** 17 ***d)*** 21

1.27 60 Minuten

1.28 36 cm

1.29 Der „kgT" mehrerer Zahlen ist eins. Ein „ggV" gibt es nicht, zB kann durch Verdoppeln eines gemeinsamen Vielfachen ein noch größeres angegeben werden. Beide Begriffe sind daher nicht sinnvoll.

1.30 $22 \cdot 27 = 594$ ist durch 11 teilbar, weil 22 durch 11 teilbar ist. 594 ist aber nicht durch sieben teilbar, weil weder 22 noch 27 durch sieben teilbar ist.
Ist eine Zahl z durch eine Primzahl p teilbar, dann muss p in der Primfaktorzerlegung von z vorkommen. Zwei Faktoren a und b mit $z = a \cdot b$ sind selbst Produkte aus den Zahlen der Primfaktorzerlegung von z, wobei jede Zahl der Primfaktorzerlegung von z entweder für a oder für b verwendet wird, also auch die Primzahl p.

1.31 −3 °C

1.33 ***a)*** Gegenzahlen ***b)*** gleich ***c)*** gleich

1.34 ***a)*** 11, +13 − 24 ***b)*** −12, −36 + 48 ***c)*** −39, +12 + 27

1.35 ***a)*** 799, +101 − 900 ***b)*** 1, +9 999 − 10 000 ***c)*** −2, +100 000 − 99 998

1.36 ***a)*** −4 ***b)*** 0 ***c)*** −15 ***d)*** 103 ***e)*** −177 ***f)*** 185

1.37 ***a)*** 1 ***b)*** −7 ***c)*** −101

1.38 ***a)*** −4 und 0 ***b)*** −91 und −53 ***c)*** −151 und −203

1.39 ***a)*** −32 ***b)*** −60 ***c)*** 33 ***d)*** 6 ***e)*** −7 ***f)*** −7

1.40 ***a)*** 27 ***b)*** 53 ***c)*** 0 ***d)*** −36

1.41 ***a)*** −4, weil −11 + (−4) = −15
b) +5, weil −20 − (+5) = −25
c) +10, weil −30 − (+10) = −40

1.42 ***1)*** Richtig; subtrahiert man von einer positiven Zahl eine größere Zahl, ist das Ergebnis kleiner null, also negativ. Subtrahiert man von einer negativen Zahl (Minuend) eine größere (positive oder negative) Zahl, ist das Ergebnis kleiner als der Minuend und daher negativ.
15 − 20 = −5, −15 − 20 = −35
2) Falsch; das Ergebnis ist nur positiv, wenn der Subtrahend kleiner als der Minuend ist.
−3 − (−2) = −1, −93 − (−90) = −3
3) Richtig; subtrahiert man eine negative Zahl, so entspricht das einer Addition einer positiven Zahl, das Ergebnis ist also wie der Minuend positiv.
15 − (−3) = 18, 27 − (−30) = 57

1.43 ***1)*** −15 ***2)*** −75 ***3)*** 15

1.44 35 m

1.46 ***a)*** 5, 7, 12, 2, 12 und −2 ***b)*** 11, 9, 20, 2, 20 und 2 ***c)*** 14, 8, 22, 22, 6 und 6

1.47 ***a)*** 9 ***b)*** −5 ***c)*** −9 ***d)*** −5

1.48 ***a)*** −1 ***b)*** −57 ***c)*** −30 ***d)*** −92

1.49 ***a)*** A = {−2, −1, 0, 1, 2}
-3 -2 -1 0 1 2 3

b) B = {... −7, −6, −5, 5, 6, 7 ...}
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7

c) C = {... −7, −6, −5, 5, 6, 7 ...}
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7

1.50 ***1)*** Für $a < 0$; der Betrag einer negativen Zahl ist eine positive Zahl, daher größer als die Zahl selbst.
2) Der Betrag einer negativen Zahl ist größer als die Zahl (siehe ***1)***). Der Betrag von null bzw. von einer positiven Zahl ist gleich groß wie die Zahl. Die Aussage ist daher für keine Zahl richtig.
3) Sind a und b beide positiv, beide negativ, eine von beiden null oder beide null, dann gilt $|a| + |b| = |a + b|$. In allen anderen Fällen ist $a + b$ eine Differenz, und daher kleiner als die Summe $|a| + |b|$ der beiden positiven Zahlen $|a|$, $|b|$.

1.51 Richtig; sind a und b negative Zahlen, so bedeutet $a < b$, dass a zum Nullpunkt mehr Abstand hat als b. Der Betrag einer ganzen Zahl ist aber deren Abstand vom Nullpunkt, also $|a| > |b|$.

1.52 ***a)*** $\frac{1}{4}$ Pizza ***b)*** $\frac{3}{8}$ Pizza

1.59 ***a)*** 12 ***b)*** 1 ***c)*** 75 ***d)*** 1,8

1.60 ***a)*** $\frac{1}{4}$ ***b)*** $\frac{1}{16}$ ***c)*** $\frac{1}{3}$ ***d)*** $\frac{2}{3}$

1.61 ***a)*** $\frac{3}{4}$ ***b)*** $\frac{3}{5}$ ***c)*** $\frac{7}{8}$ ***d)*** $\frac{9}{25}$ ***e)*** $\frac{3}{4}$ ***f)*** $\frac{7}{8}$ ***g)*** $\frac{12}{13}$

1.62 ***a)*** $\frac{21}{35}$ ***b)*** $\frac{54}{144}$ ***c)*** $\frac{30}{75}$ ***d)*** $\frac{48}{72}$ ***e)*** $\frac{120}{288}$

1.63 ***a)*** $\frac{5}{10} = 0{,}5$ ***b)*** $\frac{25}{100} = 0{,}25$ ***c)*** $\frac{4}{10} = 0{,}4$ ***d)*** $\frac{375}{1\,000} = 0{,}375$ ***e)*** $\frac{4\,375}{10\,000} = 0{,}437\,5$ ***f)*** $\frac{44}{100} = 0{,}44$ ***g)*** $\frac{18}{100} = 0{,}18$ ***h)*** $\frac{216}{1\,000} = 0{,}216$

1.64 ***a)*** $\frac{10}{200} = \frac{1}{20}$ passt nicht dazu. Alle anderen Zahlen sind wegen $\frac{1}{\frac{20}{4}} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ gleich.

b) $\frac{2}{3}$ passt nicht dazu. Alle anderen Zahlen sind wegen $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1{,}5 = \frac{15}{10} = \frac{75}{50}$ gleich.

1.65 ***a)*** $\frac{32}{7}$ ***b)*** 68 ***c)*** $\frac{19}{30}$

1.66 ***a)*** $\frac{7}{4}$ ***b)*** $-\frac{9}{11}$

1.67 ***a)*** $\frac{1}{20}$ ***b)*** $\frac{9}{5}$

1.68 ***a)*** $\frac{45}{26}$ ***b)*** $-\frac{3}{43}$

1.69 ***1)*** Richtig; den Zähler eines Bruchs $\frac{z}{n}$ auf $\frac{z+a}{n}$ zu vergrößern kann als Addition $\frac{z}{n} + \frac{a}{n}$ aufgefasst werden. Das Ergebnis der Addition ist größer als die einzelnen Summanden.
$\frac{4}{5} = \frac{3+1}{5} = 0{,}8 > 0{,}6 = \frac{3}{5}, \frac{9}{8} = \frac{8+1}{8} = 1{,}125 > 1 = \frac{8}{8}$

2) Falsch; ein Bruch kann als Division aufgefasst werden. Den Nenner zu vergrößern bedeutet, den Divisor zu vergrößern. Bleibt der Dividend gleich, wird der Quotient kleiner.
$\frac{1}{3} = \frac{1}{2+1} = 0{,}\dot{3} < 0{,}5 = \frac{1}{2}, \frac{3}{9} = \frac{3}{8+1} = 0{,}\dot{3} < 0{,}375 = \frac{3}{8}$

3) Falsch; eine ganze Zahl kann als Bruch mit Nenner eins aufgefasst werden, wodurch zwei Brüche miteinander zu multiplizieren sind. Es wird daher nur der Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert. Der Nenner wird mit eins multipliziert.
$\frac{7}{4} \cdot 3 = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{1} = \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 1}, \frac{3}{5} \cdot 10 = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 1}$

4) Richtig; die ganze Zahl wird als Bruch mit Nenner eins aufgefasst. Davon ist der Kehrwert zu bilden, wodurch die Zahl im Nenner auftritt. Beim anschließenden Multiplizieren der beiden Brüche wird daher der Nenner mit der Zahl multipliziert.

1.70 $\frac{7}{11} \Rightarrow \frac{7}{12}$ ist größer als $\frac{6}{11}$, Vergrößern des Nenners um eins ergibt einen größeren Bruch als Vermindern des Zählers um eins. Der Zähler ist kleiner oder gleich dem Nenner.

$\frac{13}{11} \Rightarrow \frac{12}{11}$ ist größer als $\frac{13}{12}$, Vergrößern des Nenners um eins ergibt einen kleineren Bruch als Vermindern des Zählers um eins. Der Zähler ist um zwei oder mehr größer als der Nenner.

$\frac{12}{11} \Rightarrow \frac{12}{12}$ ist gleich groß wie $\frac{11}{11}$, Vergrößern des Nenners um eins ergibt einen gleich großen Bruch wie Vermindern des Zählers um eins. Der Zähler ist um eins größer als der Nenner.

1.71 ***a)*** $\frac{4}{5}$ ***b)*** $\frac{5}{32}$ ***c)*** 2 ***d)*** $\frac{12}{5}$ ***e)*** $\frac{7}{4}$ ***f)*** $\frac{4}{3}$

1.72 **a)** $\frac{7}{3}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{35}{6}$ **d)** 1

1.73 **a)** $\frac{8}{7}$ **b)** $-\frac{13}{2}$ **c)** $\frac{7}{24}$ **d)** $\frac{108}{35}$

1.74 **a)** $\frac{2}{3} + 5 = \frac{17}{3}$, $\frac{2}{3+5} = \frac{1}{4}$, $\frac{2+3}{5} = 1$, $2 + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$
b) $\frac{4}{5+\frac{2}{3}} = \frac{12}{17}$, $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{22}{15}$, $4 + \frac{5}{2+3} = 5$, $4 + \frac{5}{2} + 3 = \frac{19}{2}$

1.75 **a)** $0,\dot{6} = \frac{2}{3}$ **b)** $0,\dot{3} = \frac{1}{3}$ **c)** $6,571... = \frac{46}{7}$ **d)** $0,267... = \frac{15}{56}$

1.76 5,00 €

1.79 **a)** richtig; 150 : 30 = 5 = 25 : 5
b) falsch; $\frac{7}{4} \neq \frac{5}{3}$
c) falsch; $5 \neq 4$
d) richtig; 81 : 18 = 4,5 = 9 : 2

1.80 **a)** ***1)*** 4 : 1 ***2)*** 1 : 0,25
b) ***1)*** 4 : 1 ***2)*** 1 : 0,25
c) ***1)*** 4 : 1 ***2)*** 1 : 0,25
d) ***1)*** 0,187 5 : 1 ***2)*** $1 : 5,\dot{3}$

1.81 **a)** 4 : 5 **b)** 21 : 31 **c)** 9 : 7 **d)** 3 : 4

1.82 **a)** 1 : 2 **b)** 2 : 7 **c)** 3 : 40 **d)** 1 : 18

1.83 50 : 175 = 2 : 7

1.84 11,5

1.85 ***1)*** a muss verdoppelt werden.
Das Verhältnis a : b kann als Bruch $\frac{a}{b}$ aufgefasst werden. b verdoppeln bedeutet, den Nenner mit dem Faktor zwei zu multiplizieren. Der Wert des Bruchs bleibt gleich, wenn auch der Zähler mit dem Faktor zwei multipliziert wird. Dies entspricht einem Verdoppeln von a im Verhältnis a : b.

2) Der Wert des Verhältnisses verkleinert sich auf ein Achtel des Werts des ursprünglichen Verhältnisses.
Wird a : b als Bruch $\frac{a}{b}$ aufgefasst, ergeben die angegebenen Änderungen den Bruch $\frac{\frac{a}{2}}{4 \cdot b} = \frac{a}{8 \cdot b}$.
Umformen auf ein Verhältnis ergibt $\frac{1}{8} \cdot \frac{a}{b} = \frac{1}{8} \cdot (a : b)$.

1.86 ***1)*** 3 : 4 = 0,75 (Die Division bricht nach zwei Dezimalstellen ab.)
2) 1 : 3 = 0,333 33... (Die Division hat nach jedem Vorgang denselben Rest. Damit ist das Ergebnis eine periodische Zahl.)

1.87 ***1)*** Der Rest kann nur eine natürliche Zahl von 0 bis 6 sein.
2) Der Rest kann nur eine natürliche Zahl von 0 bis 10 sein.
Bei einer Division m dividiert durch n, muss sich nach höchstens n Divisionsschritten ein Rest wiederholen.

1.89 **a)** 0,25 **b)** 0,4 **c)** 0,7 **d)** 0,32 **e)** 0,22 **f)** 0,13 **g)** 0,072

1.90 **a)** $0,\dot{3}$ **b)** $0,\dot{2}85\,71\dot{4}$ **c)** $0,\dot{7}$ **d)** $0,\dot{7}\dot{2}$ **e)** $1,8\dot{3}$ **f)** $0,91\dot{6}$ **g)** $0,\dot{0}\dot{1}$

1.91 **a)** $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{3}{10}$ **c)** $\frac{1}{20}$ **d)** $\frac{2}{25}$ **e)** $\frac{7}{1\,000}$ **f)** $\frac{1}{250}$ **g)** $\frac{1}{1\,250}$ **h)** $\frac{9}{10\,000}$

1.92 **a)** $\frac{6}{25}$ **b)** $\frac{7}{20}$ **c)** $\frac{3}{8}$ **d)** $\frac{59}{50}$ **e)** $\frac{11}{200}$ **f)** $\frac{29}{200}$ **g)** $\frac{21}{250}$ **h)** $\frac{253}{250}$

1.93 **a)** −4,3 −4 −3 −2 −1 $-\frac{1}{10}$ 0 1 2 2,5 3 $\frac{7}{2}$

b) 0,97 $\frac{49}{50}$ 0,99 0,995 1 1,01 1,02 1,025 1,03

c) −4,13 −4,03 −3,97 −3,09
−4,2 −4,1 −4 −3,9 −3,8 −3,7 −3,6 −3,5 −3,4 −3,3 −3,2 −3,1 −3

d) $-\frac{1}{1000}$ $-\frac{99}{100\,000}$ −0,00097
−0,0012 −0,0011 −0,001

1.94 **a)** −32
−32 −23
−35 −30 −25 −20

b) −4,5
−5,4
−6 −5,5 −5 −4,5

c) −1,01
−1,02 −1,01 −1

d) −0,009 9
−0,01 −0,0099 −0,0098

1.95 **a)** −4,417, −4,408, −4,402, −4,391 **b)** −0,001 41, −0,001 34, −0,001 26, −0,001 11

1.96 **a)** 3,45 **b)** 7,015 **c)** −0,004 5 **d)** 2,104 65

1.97 **a)** zB −1,57, −1,58, −1,59 **c)** −5,557, −5,558, −5,559
b) zB 6,21, 6,22, 6,23 **d)** −0,002 7, −0,002 8, −0,002 9

1.98 **a)** $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{2}{45}$ **c)** $\frac{23}{99}$ **d)** $\frac{24}{495}$ **e)** $\frac{169}{333}$

1.99 **a)** Periodische Dezimalzahl; bei der Division von 17 durch 35 bleibt im zweiten Schritt 30 Rest. Nach weiteren sechs Schritten ist der Rest erneut 30 und der Vorgang wiederholt sich.
b) Endliche Dezimalzahl; bei der Division von 19 durch 32 ist der Rest nach sechs Schritten null und der Vorgang setzt sich nicht mehr weiter fort.
c) Endliche Dezimalzahl; bei der Division von 1 durch 125 ist der Rest nach vier Schritten null und der Vorgang setzt sich nicht mehr weiter fort.
d) Endliche Dezimalzahl; bei der Division von 45 durch 90 ist der Rest nach zwei Schritten null und der Vorgang setzt sich nicht mehr weiter fort.

1.101 **a)** $\frac{11}{20}$ **b)** $\frac{31}{25}$ **c)** $\frac{2}{125}$ **d)** $\frac{32}{125}$ **e)** $\frac{3}{400}$

1.102 2 mℓ

1.106 **a)** 25 % = 250 ‰ **c)** 30 % = 300 ‰ **e)** 33 % = 330 ‰ **g)** 0,3 % = 3 ‰
b) 20 % = 200 ‰ **d)** 62,5 % = 625 ‰ **f)** 125 % = 1 250 ‰ **h)** 12,5 % = 125 ‰

1.107 **a)** 8,00 € **d)** 7,65 mg **g)** 0,005 5 ℓ
b) 159,5 km **e)** 24,4 h **h)** 0,005 4 km
c) 2 800 km^2 **f)** 138 $\frac{km}{h}$ **i)** 406,25 €

1.108 **a)** 25 % **b)** 20 % **c)** 5 % **d)** 45 %

1.109 **a)** 31,25 ‰ **b)** $333{,}\dot{3}$ ‰ **c)** 0,5 ‰ **d)** $66{,}\dot{6}$ ‰

1.110 **a)** 300,00 € **b)** 3 000 km^2 **c)** 400 h

1.111 Der Grundwert sind 100 %. Um 20 % vermehren ergibt 120 %. 120 % des Grundwerts sind $\frac{G \cdot 120\,\%}{100\,\%}$. Kürzen ergibt $1{,}2 \cdot G$.

1.112 ***a)*** 0,95 ***b)*** 1,1 ***c)*** 0,97 ***d)*** 2 ***e)*** 0,85 ***f)*** 0,000 075

1.113 18 mℓ

1.114 ***a)*** $82{,}1\dot{9}\dot{6}\,\% \approx 82\,\%$ ***b)*** 4 557 Personen

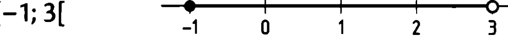
1.115 496 000 Stück; mindestens 336 000 Stück bzw. höchstens 368 000 Stück

1.116 um weniger als 100,00 €

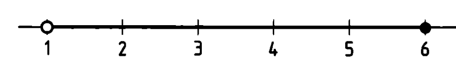
1.117 um weniger als 990,00 €
Erhöhen bedeutet, den Grundwert G mit einem Faktor 1 + a zu multiplizieren. Reduzieren bedeutet, mit einem Faktor 1 – a zu multiplizieren. a ist dabei eine Zahl größer null.
Zuerst erhöhen: $G_1 = (1 + a) \cdot G$,
anschließend reduzieren: $G_2 = (1 - a) \cdot G_1 = (1 - a) \cdot (1 + a) \cdot G = (1 - a^2) \cdot G$
Zuerst reduzieren: $G_1 = (1 - a) \cdot G$,
anschließend erhöhen: $G_2 = (1 + a) \cdot G_1 = (1 + a) \cdot (1 - a) \cdot G = (1 - a^2) \cdot G$
Der Preis G_2 ist in beiden Fällen der gleiche. Die Reihenfolge der Änderung hat keine Auswirkung.

1.118 Der Preis P eines Produkts ist der um die Mehrwertsteuer erhöhte Grundwert G. Bei 20 % Mehrwertsteuer gilt daher $P = 1{,}2 \cdot G$. Werden vom Verkaufspreis 20 % abgezogen, ist der Preis P der Grundwert. Es werden daher 80 % des Preises berechnet. Bezogen auf den Grundwert G ergibt das $0{,}8 \cdot P = 0{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot G = 0{,}96 \cdot G$, also 96 % von G. Es wird mehr als die Mehrwertsteuer abgezogen. Um die Mehrwertsteuer abzuziehen müsste die Gleichung $P = 1{,}2 \cdot G$ auf $G = \frac{P}{1{,}2}$ umgeformt werden, also der Preis mit dem Faktor $\frac{1}{1{,}2} = 0{,}8\dot{3}$ multipliziert werden. Wegen $1 - 0{,}8\dot{3} = 0{,}1\dot{6}$ entspricht das einer Reduzierung des Preises um $16{,}\dot{6}\,\%$.

1.119 ***a)*** [–1; 3[

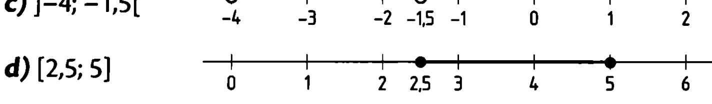


b)]1; 6]



c)]–4; –1,5[

d) [2,5; 5]

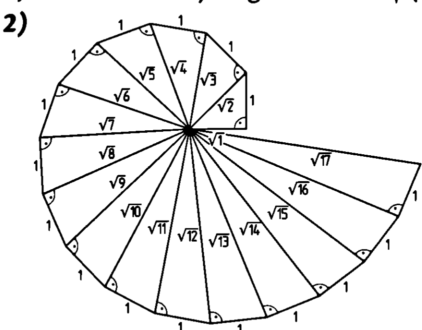


e)]–7; –5]

f)]1; 2[

1.120 ***a)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 6\}$ ***b)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid 5 < x < 8{,}9\}$ ***c)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid -7 < x \leq -2{,}5\}$ ***d)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 3{,}7\}$ ***e)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid -2{,}3 < x < 0{,}5\}$

1.121 ***1)*** Den Satz des Pythagoras; $\sqrt{2} = \sqrt{(\sqrt{1})^2 + 1^2}$, $\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2}$ usw.
2)



1.123 – 1.142

1.123 ***a)*** $(-3)^4 = 81$ ***b)*** $0{,}4^4 = 0{,}025\,6$ ***c)*** a^6

1.124 ***a)*** $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ ***b)*** $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ ***c)*** $2 \cdot 2 = 4$ ***d)*** $(-3) \cdot (-3) = 9$

1.125 ***1)*** $2^2 + 3^2 = 13$ ***2)*** $2 + 3^2 = 11$ ***3)*** $2^2 + 3 = 7$ ***4)*** $(2 + 3)^2 = 25$

1.127 ***1)*** 4 ***2)*** 80 ***3)*** –10 ***4)*** 225 ***5)*** 2 ***6)*** 125 ***7)*** 32 ***8)*** 80

1.128 ***a)*** -2^3 ***b)*** 3^2 ***c)*** -5^4 ***d)*** -5^2 ***e)*** 64

1.129 ***a)*** 3^6 ***b)*** 2^8 ***c)*** 7^4 ***d)*** 3^4 ***e)*** 11^1

1.130 ***a)*** 3^3 ***b)*** 7^0 ***c)*** 4^4 ***d)*** 5^3 ***e)*** 4^1

1.131 ***a)*** $2^2 \cdot 5^2$ ***b)*** $3^4 \cdot 4^4$ ***c)*** $7^3 \cdot 5^3$ ***d)*** $11^5 \cdot 6^5$

1.132 ***a)*** $\frac{2^5}{3^5}$ ***b)*** $\frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{5^3}$ ***c)*** $\frac{1}{3^4}$ ***d)*** $\frac{3^2}{4^2}$

1.133 ***a)*** –64 ***b)*** 81 ***c)*** –1 ***d)*** 256

1.134 ***1)*** Falsch; Null ist eine rationale Zahl, deren Quadrat null, und daher weder positiv noch negativ ist. $0^2 = 0$
Außerdem gibt es keine rationale Zahl, deren Quadrat eine negative rationale Zahl ist.
$5^2 = (-5)^2 = 25$

2) Falsch; eine Zahl a quadriert ergibt a^2. Die Hälfte der Zahl a quadriert ergibt $\frac{a^2}{4}$. Da a^2 immer größer oder gleich null ist, gilt für alle Zahlen $a^2 \geqslant \frac{a^2}{4}$.
$\left(\frac{-3}{2}\right)^2 = 2{,}25 < 9 = (-3)^2$, $\left(\frac{4{,}1}{2}\right)^2 = 4{,}202\,5 < 16{,}81 = 4{,}1^2$

3) Falsch; wenn der Wert der Bruchzahl null oder eins ist, ist die dritte Potenz gleich dem Quadrat. Ist der Wert der Bruchzahl negativ oder liegt er zwischen null und eins, dann ist die dritte Potenz kleiner als das Quadrat. Nur wenn der Wert der Bruchzahl größer als eins ist, ist die dritte Potent größer als das Quadrat.
$\left(\frac{1}{1}\right)^3 = 1 = \left(\frac{1}{1}\right)^2$, $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0{,}125 < 0{,}25 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

4) Falsch; nur wenn der Wert der Bruchzahl null oder eins ist, ändert er sich nicht.
$\frac{1}{1} = 1 = \frac{1^2}{1^2}$, $\frac{2}{3} = 0{,}\dot{6} \neq 0{,}\dot{4} = \frac{2^2}{3^2}$

1.135 Zahlen zwischen null und eins werden beim Quadrieren kleiner, Zahlen kleiner null und Zahlen größer eins werden größer.
Beim Quadrieren wird die Zahl mit sich selbst multipliziert. Zahlen zwischen null und eins werden mit weniger als einem Ganzen multipliziert. Das Quadrat ist daher kleiner als die Zahl selbst. Zahlen größer eins werden mit mehr als einem Ganzen multipliziert. Das Quadrat ist daher größer als die Zahl selbst. Zahlen kleiner null sind negativ. Das Ergebnis ist aber positiv, daher größer als die Zahl selbst.

1.136 Für Zahlen von –1 bis 1 stimmt die Behauptung nicht, für alle anderen schon.
$|-0{,}5|^2 = 0{,}25 < |-0{,}5|$, $|0{,}3|^2 = 0{,}09 < |0{,}3|$, $|-2|^2 = 4 > |-2|$, $|5|^2 = 25 > |5|$

1.137 ***a)*** 4 347 ***b)*** 6 069 ***c)*** –1 083

1.138 ***a)*** 54 ***b)*** 74 ***c)*** –2

1.139 8

1.140 162

1.141 ***a)*** $\frac{194}{125}$ ***b)*** $\frac{7}{72}$ ***c)*** $\frac{25}{36}$

1.142 ***a)*** $-\frac{1}{5}$ ***b)*** $\frac{3}{2}$ ***c)*** $\frac{9}{49}$

1.144 ***a)*** $-\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1$ ***b)*** $\frac{7-3}{5^2}$ ***c)*** $2 + \frac{5^3}{4}$ ***d)*** $2 \cdot \frac{5^3}{4} + 7$

1.145 ***1)*** –2^3/4+1=–1 ***2)*** (–2)^3/4+1=–1 ***3)*** –(2/4)^3+1=$\frac{7}{8}$ ***4)*** –2^3/(4+1)=$-\frac{8}{5}$

1.146 ***1)*** Quadratwurzel berechnen ***2)*** Kubikwurzel berechnen

1.147 ***a)*** 6 ***b)*** 3 ***c)*** 11 ***d)*** 4 ***e)*** 70 ***f)*** 30 ***g)*** 12 ***h)*** 9 ***i)*** 9 ***j)*** 20

1.148 ***a)*** 81 ***b)*** 25 ***c)*** 100 ***d)*** 289 ***e)*** 121

1.149 ***a)*** 4 ***b)*** 3 ***c)*** 9 ***d)*** 20 ***e)*** 12

1.150 ***a)*** $\frac{2}{3}$ ***b)*** $\frac{2}{3}$ ***c)*** $\frac{1}{2}$ ***d)*** $\frac{1}{10}$ ***e)*** $\frac{4}{5}$

1.151 ***1)*** 2, 6,324..., 20, 63,245..., 200, 632,455..., 2 000
Wenn die Anzahl der Nullen durch zwei teilbar ist, ist das Ergebnis eine ganze Zahl.
Durch Zerlegen der Zahl in ein Produkt aus vier und einer Potenz mit Basis 100 und durch Anschreiben der einzelnen Faktoren als Wurzeln kann das Ergebnis im Kopf berechnet werden.
2) 3, 6,463..., 13,924..., 30, 64,633..., 139,247..., 300
Wenn die Anzahl der Nullen durch drei teilbar ist, ist das Ergebnis eine ganze Zahl.
Durch Zerlegen der Zahl in ein Produkt aus 27 und einer Potenz mit Basis 1000 und durch Anschreiben der einzelnen Faktoren als Wurzeln kann das Ergebnis im Kopf berechnet werden.

1.152 Wegen $(-) \cdot (-) = (+)$ ist das Quadrat jeder Zahl größer oder gleich null. Aus einer negativen Zahl die Quadratwurzel zu berechnen ist daher nicht sinnvoll. Wegen $(-) \cdot (-) \cdot (-) = (-)$ ergibt das Kubieren einer negativen Zahl eine negative Zahl. Der Taschenrechner gibt daher beim Berechnen der Kubikwurzel einer negativen Zahl einen Wert aus, auch wenn die Kubikwurzel nur für Zahlen größer oder gleich null definiert ist.

1.153 ***1)*** Richtig; für Zahlen zwischen null und eins ist das Quadrat der Zahl ebenfalls zwischen null und eins und kleiner als die Zahl. Daher ist für Zahlen zwischen null und eins die Quadratwurzel größer als die Zahl.
$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5 > 0{,}25$, $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7 > 0{,}49$
2) Falsch; ist eine Zahl von null bis eins das Quadrat einer Zahl von null bis eins, und ist diese Zahl die dritte Potenz einer weiteren Zahl von null bis eins, so ist die quadrierte Zahl kleiner oder gleich der mit drei potenzierten Zahl. Daher ist für Zahlen von null bis eins die Quadratwurzel kleiner als die Kubikwurzel.
$\sqrt{0{,}5} = 0{,}707... < 0{,}793... = \sqrt[3]{0{,}5}$, $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1 < 0{,}215... = \sqrt[3]{0{,}01}$
3) Richtig; wegen $0^2 = 0^3 = 0$ bzw. $1^2 = 1^3 = 1$ sind die Quadratwurzel und die Kubikwurzel von null bzw. von eins gleich groß.
$\sqrt{0} = \sqrt[3]{0} = 0.$ $\sqrt{1} = \sqrt[3]{1} = 1$
4) Falsch; wird eine negative Zahl quadriert, erhält man eine positive Zahl. Berechnet man davon die Quadratwurzel, ist das Ergebnis eine positive Zahl und daher verschieden von der ursprünglichen Zahl.
$(-3)^2 = 9, \sqrt{9} = 3, 3 \neq -3$; $(-10)^2 = 100, \sqrt{100} = 10, 10 \neq -10$

1.154 243 Geldeinheiten

1.159 ***a)*** $6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1}$
b) $3 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4}$
c) $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-2}$
d) $7 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6}$
e) $4 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^{-3}$

1.160 – 1.187

1.160 ***a)*** 10^3 ***b)*** 10^6 ***c)*** 10^8 ***d)*** 10^{-2} ***e)*** 10^{-6} ***f)*** 10^{-4} ***g)*** 10^{-8} ***h)*** 10^{-10}

1.161 $\frac{1}{0{,}01}$ dag = 1 kg Schinken ist zu viel für das Belegen von zwei Kornweckerln.
$0{,}05^{-1}$-€-Münzen: Es ist unwahrscheinlich, dass Maximilian drei seltene 20-€-Münzen bei sich trägt.
$\frac{1}{10^5}$ mm = 0,000 01 mm Fußweg von der Busstation zur Schule ist in Schritten nicht messbar.

1.162 ***a)*** $\left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$ ***c)*** $\left(\frac{5}{1}\right)^2 = 25$ ***e)*** $\left(-\frac{10}{1}\right)^3 = -1\,000$
b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ ***d)*** $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ ***f)*** $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

1.163 $0{,}001 = \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{10^3}$, $2^{-2} = 4^{-1}$

1.164 ***a)*** 10^{-2} ***b)*** 10^{-6} ***c)*** 10^3 ***d)*** 10^{-5} ***e)*** 10^1 ***f)*** 10^6

1.165 ***a)*** $10^{-3} = 0{,}001$ ***c)*** $10^{-5} = 0{,}000\,01$ ***e)*** $10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$
b) $10^4 = 10\,000$ ***d)*** $10^6 = 1\,000\,000$ ***f)*** $10^7 = 10\,000\,000$

1.166 ***a)*** $10^8 = 100\,000\,000$ ***c)*** $10^3 = 1\,000$ ***e)*** $10^3 = 1\,000$
b) $10^7 = 10\,000\,000$ ***d)*** $10^{-8} = 0{,}000\,000\,01$ ***f)*** $10^{-1} = 0{,}1$

1.167 ***a)*** $10^0 = 1$ ***c)*** $10^{-4} = 0{,}000\,1$ ***e)*** $10^6 = 1\,000\,000$
b) $10^{-10} = 0{,}000\,000\,000\,1$ ***d)*** $10^{10} = 10\,000\,000\,000$

1.168 ***a)*** $10^3 = 1\,000$ ***b)*** $10^{-1} = 0{,}1$ ***c)*** $10^{-8} = 0{,}000\,000\,01$ ***d)*** $10^0 = 1$

1.169 ***1)*** 32 ***2)*** 320 ***3)*** 3 200 ***4)*** 32 000 ***5)*** 320 000

1.170 ***a)*** 100 ***b)*** 100 ***c)*** 620 ***d)*** 8,1 ***e)*** 1 ***f)*** 0,29

1.176 ***a)*** 2 100 ***c)*** 0,056 ***e)*** –460 000 ***g)*** 0,009 8
b) 0,003 575 ***d)*** –0,97 ***f)*** 5,65 ***h)*** 20

1.177 ***a)*** $-3{,}75 \cdot 10^3$ ***b)*** $4{,}4 \cdot 10^{-2}$ ***c)*** $-6{,}78 \cdot 10^5$ ***d)*** $7{,}1 \cdot 10^{-5}$

1.178 ***a)*** 2 ***b)*** –2 ***c)*** 5 ***d)*** 4

1.179 ***a)*** 8 890 ***b)*** 0,003 527

1.180 $34{,}12 \cdot 10^3 = 34\,120$, $0{,}878 \cdot 10^{-2} = 0{,}008\,78$

1.181 $\frac{x}{10^{-2}} = x \cdot 100$ unterscheidet sich von den anderen um den Faktor 10^4.

1.182 ***a)*** ***1)*** x · 1 Hundertstel ***2)*** $x \cdot 10^{-2}$ ***c)*** ***1)*** x · 1 Hunderttausendstel ***2)*** $x \cdot 10^{-5}$
b) ***1)*** x · 1 Zehner ***2)*** $x \cdot 10^1$

1.183 ***a)*** $-65{,}12 \cdot 10^3$ ***b)*** $78 \cdot 10^3$ ***c)*** $4{,}77 \cdot 10^{-3}$ ***d)*** $210 \cdot 10^{-6}$

1.184 ***a)*** $34\,000\,000 = 3{,}4 \cdot 10^7$ ***b)*** $5\,600\,000 = 5{,}6 \cdot 10^6$ ***c)*** $8\,500\,000\,000 = 8{,}5 \cdot 10^9$

1.185 ***a)*** 1 200 ***b)*** –0,000 03 ***c)*** 0,000 225

1.186 ***a)*** $(2 \cdot 10^{-2})^2 = 4 \cdot 10^{-4} = 0{,}000\,4$
Beim Quadrieren von 10^{-2} wurde die Hochzahl quadriert anstatt mit zwei multipliziert.
b) $(36 \cdot 10^{-3}) : (12 \cdot 10^{-2}) = (36 : 12) \cdot (10^{-3} : 10^{-2}) = 3 \cdot 10^{-1} = 0{,}3$
Beim Umformen auf Zehnerpotenzschreibweise wurden keine Klammern gesetzt.

1.187 ***a)*** 90 ***b)*** –3 000 ***c)*** 6 000

1.188 ***a)*** 5 000 ***b)*** –0,000 000 3 ***c)*** –40

1.189 ***a)*** 0,000 4 ***c)*** –0,000 000 027 ***e)*** 0,014 4
b) 0,002 5 ***d)*** 0,000 000 008 ***f)*** 0,001 6

1.190 ***a)*** 0,25 ***b)*** 250 ***c)*** 6 750

1.191 ***a)*** 0,004 ***b)*** 0,000 000 5 ***c)*** $2\,844,\dot{4}$

1.192 ***a)*** 5 000 ***b)*** 187,5 ***c)*** –0,015

1.193 ***a)*** $3{,}08 \cdot 10^3$ ***b)*** $6{,}51 \cdot 10^{-5}$ ***c)*** $5{,}354 \cdot 10^{-3}$

1.194 ***1)*** TR: 6 000, Kopf: $7{,}3 \cdot 10^3 - 7{,}3 \cdot 10^3 + 0{,}6 \cdot 10^4 = 6\,000$
2) TR: 0, Kopf: $7{,}3 \cdot 10^{38} - 7{,}3 \cdot 10^{38} + 0{,}1 = 0{,}1$
Wenn man bei ***2)*** die Reihenfolge der Berechnung auf $7{,}3 \cdot 10^{38} - 7{,}3 \cdot 10^{38} + 0{,}1$ ändert, dann liefert auch der TR das richtige Ergebnis. Problem: Der Speicher im TR reicht nicht aus, um zwei Mantissen mit stark unterschiedlichen Exponenten zu addieren bzw. zu subtrahieren. Bei zehn angezeigten Stellen, vermutlich zwei oder drei nicht angezeigten, dürfen sich die Exponenten um maximal 9 Stellen unterscheiden.

1.196 ***a)*** –2 ***b)*** 5 ***c)*** 5 ***d)*** 1 ***e)*** –2 ***f)*** –5

1.197 ***a)*** k ***b)*** m ***c)*** μ ***d)*** k ***e)*** n ***f)*** k

1.198 ***a)*** 0,002 5 kJ ***b)*** 6,7 mV ***c)*** 89 W ***d)*** 3,45 m^3

1.199 ***1)*** Peters Schwester: 1,72 mm, das ist zu klein für einen Menschen, $1{,}72 \cdot 10^{-3}$ km;
Peters kleiner Bruder: 15,4 m, das ist zu groß für einen Menschen, $0{,}154 \cdot 10^4$ mm
2) 270 ℓ
3) 750 cm^3
4) 970 000 km^2, das ist viel zu groß für die Wohnfläche eines Reihenhauses, $0{,}097 \cdot 10^7$ cm^2
5) 960 m, das ist weniger als 1 km, $9{,}6 \cdot 10^2$ km

1.200 ***a)*** ***1)*** 45 m ***2)*** $4{,}5 \cdot 10^1$ m ***3)*** $45 \cdot 10^0$ m
b) ***1)*** 0,001 7 m ***2)*** $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ m ***3)*** $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ m
c) ***1)*** 0,002 56 km ***2)*** $2{,}56 \cdot 10^{-3}$ km ***3)*** $2{,}56 \cdot 10^{-3}$ km
d) ***1)*** 0,000 08 mm ***2)*** $8 \cdot 10^{-5}$ mm ***3)*** $80 \cdot 10^{-6}$ mm
e) ***1)*** 0,000 065 m ***2)*** $6{,}5 \cdot 10^{-5}$ m ***3)*** $65 \cdot 10^{-6}$ m
f) ***1)*** 40 mm ***2)*** $4 \cdot 10^1$ mm ***3)*** $40 \cdot 10^0$ mm

1.201 ***a)*** ***1)*** 0,065 m^2 ***2)*** $6{,}5 \cdot 10^{-2}$ m^2 ***3)*** $65 \cdot 10^{-3}$ m^2
b) ***1)*** 0,000 02 cm^2 ***2)*** $2 \cdot 10^{-5}$ cm^2 ***3)*** $20 \cdot 10^{-6}$ cm^2
c) ***1)*** 500 m^2 ***2)*** $5 \cdot 10^2$ m^2 ***3)*** $500 \cdot 10^0$ m^2
d) ***1)*** 4,5 mm^2 ***2)*** $4{,}5 \cdot 10^0$ mm^2 ***3)*** $4{,}5 \cdot 10^0$ mm^2
e) ***1)*** 0,000 53 m^2 ***2)*** $5{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2 ***3)*** $530 \cdot 10^{-6}$ m^2
f) ***1)*** 46 000 mm^2 ***2)*** $4{,}6 \cdot 10^4$ mm^2 ***3)*** $46 \cdot 10^3$ mm^2

1.202 ***a)*** ***1)*** 0,35 m^3 ***2)*** $3{,}5 \cdot 10^{-1}$ m^3 ***3)*** $350 \cdot 10^{-3}$ m^3
b) ***1)*** 193 hℓ ***2)*** $1{,}93 \cdot 10^2$ hℓ ***3)*** $193 \cdot 10^0$ hℓ
c) ***1)*** 0,048 ℓ ***2)*** $4{,}8 \cdot 10^{-2}$ ℓ ***3)*** $48 \cdot 10^{-3}$ ℓ
d) ***1)*** 570 cm^3 ***2)*** $5{,}7 \cdot 10^2$ cm^3 ***3)*** $570 \cdot 10^0$ cm^3
e) ***1)*** 500 mm^3 ***2)*** $5 \cdot 10^2$ mm^3 ***3)*** $500 \cdot 10^0$ mm^3
f) ***1)*** 0,000 000 43 dℓ ***2)*** $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ dℓ ***3)*** $43 \cdot 10^{-9}$ dℓ

1.203 ***a)*** ***1)*** 500 kW ***2)*** $5 \cdot 10^2$ kW ***3)*** $500 \cdot 10^0$ kW
b) ***1)*** 0,25 kV ***2)*** $2{,}5 \cdot 10^{-1}$ kV ***3)*** $250 \cdot 10^{-3}$ kV
c) ***1)*** 0,000 45 W ***2)*** $4{,}5 \cdot 10^{-4}$ W ***3)*** $450 \cdot 10^{-6}$ W
d) ***1)*** 0,015 V ***2)*** $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ V ***3)*** $15 \cdot 10^{-3}$ V
e) ***1)*** 50 mW ***2)*** $5 \cdot 10^1$ mW ***3)*** $50 \cdot 10^0$ mW
f) ***1)*** 700 mV ***2)*** $7 \cdot 10^2$ mV ***3)*** $700 \cdot 10^0$ mV

1.204 ***a)*** $2{,}5\text{ cm} = 2{,}5 \cdot 10^1\text{ mm} = 2{,}5 \cdot 10^{-1}\text{ dm} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\text{ m}$
b) $4{,}05 \cdot 10^{-3}\text{ mm} = 4{,}05 \cdot 10^{-4}\text{ cm} = 4{,}05\ \mu\text{m} = 4{,}05 \cdot 10^3\text{ nm}$
c) $24{,}2\text{ V} = 2{,}42 \cdot 10^4\text{ mV} = 2{,}42 \cdot 10^{-2}\text{ kV}$
d) $0{,}005\,7 \cdot 10^4\text{ kV} = 5{,}7 \cdot 10^4\text{ V} = 5{,}7 \cdot 10^{-2}\text{ MV}$
e) $3{,}7\text{ M}\Omega = 3{,}7 \cdot 10^3\text{ k}\Omega = 3{,}7 \cdot 10^6\ \Omega$
f) $45{,}7 \cdot 10^{-5}\ \Omega = 4{,}57 \cdot 10^{-1}\text{ m}\Omega = 4{,}57 \cdot 10^2\ \mu\Omega$

1.206 ***a)*** $1\,200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ***b)*** $300\ \frac{\ell}{\text{min}}$ ***c)*** $14{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ***d)*** $15\ \frac{\text{h}\ell}{\text{h}}$ ***e)*** $1{,}02\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ***f)*** $360\ \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

1.207 ***a)*** $0{,}05\ \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$ ***b)*** $3\,000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ***c)*** $80\,000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

1.208 ***a)*** ***1)*** 350 m = 0,35 km ***2)*** $3{,}5 \cdot 10^2\text{ m} = 3{,}5 \cdot 10^{-1}\text{ km}$
b) ***1)*** 580 kg = 0,58 t ***2)*** $5{,}8 \cdot 10^2\text{ kg} = 5{,}8 \cdot 10^{-1}\text{ t}$
c) ***1)*** 488 mm = 0,488 m ***2)*** $4{,}88 \cdot 10^2\text{ mm} = 4{,}88 \cdot 10^{-1}\text{ m}$

1.209 ***a)*** ***1)*** $40\text{ mm}^2 = 0{,}4\text{ cm}^2 = 0{,}004\text{ dm}^2$ ***2)*** $4 \cdot 10^1\text{ mm}^2 = 4 \cdot 10^{-1}\text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^2$
b) ***1)*** $0{,}16\text{ cm}^2 = 0{,}001\,6\text{ dm}^2 = 0{,}000\,016\text{ m}^2$ ***2)*** $1{,}6 \cdot 10^{-1}\text{ cm}^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2$
c) ***1)*** $240\text{ cm}^3 = 0{,}000\,24\text{ m}^3$ ***2)*** $2{,}4 \cdot 10^2\text{ cm}^3 = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3$

1.210

				prozentueller Fehler
Kibi	2^{10}	k	10^3	2,343... %
Mebi	2^{20}	M	10^6	4,632... %
Gibi	2^{30}	G	10^9	6,867... %
Tebi	2^{40}	T	10^{12}	9,050... %

1.211 ***a)*** $0{,}5\text{ m}^2 \neq (50\text{ cm})^2$; $0{,}5\text{ m}^2 = 0{,}5 \cdot (10^2\text{ cm})^2 = 0{,}5 \cdot 10^4\text{ cm}^2 = 5\,000\text{ cm}^2 = 0{,}5\text{ m}^2$
Es wird nur die Einheit quadriert, nicht der Wert 0,5.

b) $4\text{ cm}^2 \neq 4 \cdot 10^{-2}\text{ m}^2$; $4\text{ cm}^2 = 4 \cdot (10^{-2}\text{ m})^2 = 4 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2 = 0{,}000\,4\text{ m}^2 = 4\text{ cm}^2$
Werden Einheitsvorsilben durch Zehnerpotenzen ersetzt, muss beim Potenzieren die Zehnerpotenz ebenfalls potenziert werden.

1.212 Bei der Umrechnung von squarefeet auf m^2 wurde mit ca. 3 gerechnet (statt mit 3^2).

1.213 ***1)*** Thomas kann nur zwei Tafeln Schokolade bezahlen.
2) Man sollte drei Kübel Farbe besorgen. Zwei Kübel sind für 30 m^2 ausreichend, es sind aber 32 m^2 zu streichen. Vor allem sollte bedacht werden, dass man ein wenig durch zB Umrühren, Pinselwechsel, Verschütten verliert.
3) Der Klassenkassier könnte 9 € pro Kopf einsammeln. Der überschüssige Betrag könnte zB als Trinkgeld für den Fahrer verwendet werden. Er könnte aber auch 8,75 € pro Kopf einsammeln. Der berechnete Wert von 8,742 € ist jedenfalls nicht einsammelbar, da es keine Euro-Münzen mit einer Stückelung unter 1 Cent gibt.

1.215 ***a)*** ***1)*** 2,3 ***2)*** 2,35 ***3)*** 2,345
b) ***1)*** 0,9 ***2)*** 0,91 ***3)*** 0,910
c) ***1)*** 1,1 ***2)*** 1,09 ***3)*** 1,091
d) ***1)*** 0,1 ***2)*** 0,10 ***3)*** 0,100
e) ***1)*** 1,0 ***2)*** 1,00 ***3)*** 1,000

1.216 ***a)*** ***1)*** 12 000 ***2)*** 12 300 ***3)*** 12 350
b) ***1)*** 370 000 ***2)*** 368 000 ***3)*** 367 900
c) ***1)*** 4,7 ***2)*** 4,68 ***3)*** 4,678
d) ***1)*** 0,003 7 ***2)*** 0,003 72 ***3)*** 0,003 722
e) ***1)*** 0,99 ***2)*** 0,988 ***3)*** 0,987 7

1.217 ***a)*** 2 ***b)*** 3 ***c)*** 3 ***d)*** 3 ***e)*** 4

1.218 $11{,}6 \cdot 3 = 34{,}8$; $11{,}6 \cdot 4 = 46{,}6$; $11{,}6 \cdot 3{,}5 = 40{,}6$
$11{,}6 \div 3 = 3{,}8\dot{6}$; $11{,}6 \div 4 = 2{,}9$; $11{,}6 \div 3{,}5 = 3{,}314...$
Das genaue Ergebnis liegt immer zwischen den beiden Ergebnissen der Überschlagsrechnung, die durch Auf- bzw. Abrunden eines Faktors bzw. des Divisors entsteht.

1.221 ***a)*** 20 ***b)*** 40 ***c)*** 90 ***d)*** 800

1.222 ***a)*** 10 ***b)*** 40 ***c)*** 90 ***d)*** 200

1.223 ***a)*** 0,08 ***b)*** 0,1 ***c)*** 0,8 ***d)*** 0,4

1.224 ***a)*** 1,25 ***b)*** 16 ***c)*** 0,005

1.225 ***a)*** $x = 4$ ***b)*** $x = 2$

1.226 ***1)*** $... \approx \frac{3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10}{1 \cdot 10^{-1}} = 6 \cdot 10^3 = 6\,000$
2) Im Nenner muss eine Klammer bei der Eingabe gesetzt werden, sonst wird
$\frac{32{,}5 \cdot 19{,}3}{44{,}201} - 44{,}103 = -29{,}912...$ berechnet.

1.227 Vermutlich hat Jennifer im Nenner falsch gerundet auf $10^{-1} - 10^{-1}$ ergibt null. Die Division durch null ist nicht definiert, deshalb wird ERROR angezeigt. Richtig: $\frac{4{,}8}{1 \cdot 10^{-4}} = 48\,000$

1.228 140 Millionen m^3

1.229 Flasche: 6 000 Tropfen, Wanne: 2 500 000 Tropfen, Pool: 600 000 000 Tropfen

1.230 1,25 m (Bei einem Klassenraum mit 8 m x 12 m x 3 m.)

1.231 Es ist mit individuell recherchierten Informationen zu arbeiten.

1.234 ***a)*** 93 ***b)*** 236 ***c)*** 197 ***d)*** 45

1.235 ***a)*** 58 183 ***b)*** 18 645 ***c)*** 51 411 ***d)*** 24 372

1.236 ***a)*** 10011111_2 ***b)*** 100010100_2 ***c)*** 10101101101_2 ***d)*** 1001101001_2

1.237 ***a)*** $1E9_{16}$ ***b)*** $52C_{16}$ ***c)*** $12A_{16}$ **d)** $30A2_{16}$

1.238 Divisions-Rest-Verfahren: Die Dezimalzahl wird durch die Basis b = 2 dividiert. Der verbleibende Rest ist die erste Stelle von rechts der binären Zahl. Im nächsten Schritt wird das ganzzahlige Ergebnis der Division durch die Basis dividiert. Der Rest ist die zweite Stelle von rechts der binären Zahl. Fortsetzen,des Algorithmus bis zum letzten Schritt 1 : 2 = 0, 1 Rest.
Mit dem Divisions-Algorithmus kann man eine Dezimalzahl in ein Stellenwertsystem mit beliebiger Basis umrechnen.

1.239 1 034 kann keine Zahl im Stellenwertsystem mit der Basis b = 4 darstellen, da die höchste vorkommende Ziffer b – 1 = 3 ist.

1.240 10 im Hexadezimalsystem hat den Dezimalwert 16. Deshalb muss man, um Verwechslungen auszuschließen für den Ziffernwert 10 ein eigenes Symbol, zB A verwenden.

1.241 ***a)*** 1001111_2, 54 + 25 = 79 ***b)*** 10111111_2, 117 + 74 = 191 ***c)*** 101100_2, 19 + 25 = 44

1.242 ***a)*** 111100_2, 101 – 41 = 60 ***c)*** 100111_2, 58 – 19 = 39
b) 100001_2, 44 – 11 = 33 ***d)*** 11101_2, 54 – 25 = 29

1.243 11 – 1 = 10

1.244 ***a)*** 100101011_2 ***b)*** 10011011010_2 ***c)*** 11001011111101_2

1.245

	Zeichen	**Dezimalsystem**	**Binärsystem**	**Hexadezimalsystem**
a)	M	77	1001101	4D
b)	%	37	100101	25
c)	8	56	111000	38
d)	☺	1	1	1
e)	@	64	1000000	40
f)	Σ	228	11100100	E4
g)	♥	3	11	3

1.246 Im Zahlensystem mit der Basis 7. Die Berechnung mit dem Horner-Verfahren ergibt folgende Gleichung: $3 \cdot b + 5 = 26$. Umformen ergibt b = 7.

1.247 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, aufzählendes Verfahren, die Elemente werden exemplarisch aufgezählt.
$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \middle| a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$, beschreibendes Verfahren, eine Rechenvorschrift gibt an, wie man alle Zahlen dieser Menge berechnen kann. $\mathbb{R}$ = {alle Zahlen auf dem Zahlenstrahl}, beschreibendes Verfahren, eine verbale Beschreibung gibt an, welche Elemente in der Menge enthalten sind. Grundlegender Unterschied: Eine Menge kann durch Aufzählen der einzelnen Elemente (aufzählendes Verfahren) oder durch Beschreibung der Elemente (beschreibendes Verfahren) angegeben werden.

1.248 ***1)*** A = {1, 2, 3, 7, 12, 15, 18, 19, 21, 23, 24}; B = {3, 12}; C = {2, 19, 23}; D = {7, 24};
E = {2, 13, 15, 16, 19, 20, 22}
2) F = {besucht röm-kath. Religionsunterricht, aber keinen Freigegenstand}

1.250 ***a)*** {14, 24, 34, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 54, 64, 74, 84, 94}
b) {704, 715, 726, 737, 748, 759, 770, 781, 792}
c) {555}

1.251 ***a)*** A = {0, 3, 6, 9, 12, ...} ***b)*** B = {–1, 9, 19, 29, 39, ...}

1.252 ***a)*** $B \subset A$ ***b)*** $B \subset A$ ***c)*** $B \subset A$

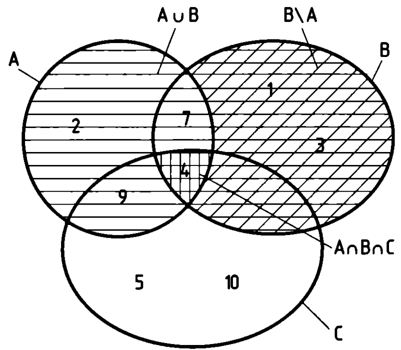
1.253 ***a)*** $\supset$, Menge aller Fahrzeuge = {Fahrräder, Autos, Busse, Bahn, Laufräder, ...}, die Menge aller Autos ist darin enthalten.
b) $\supset$, Menge aller Dreiecke = {allgemeine Dreiecke, rechtwinklige Dreiecke, gleichschenklige Dreiecke, gleichseitige Dreiecke, ...}, die Menge aller gleichseitigen Dreiecke ist darin enthalten.
c) $\subset$, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ $\Rightarrow$ $\mathbb{N}$ ist in $\mathbb{Z}$ enthalten.

1.254 ***1)*** $A = \{\,\}$, $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x < 3) \wedge (3|x)\}$
2) $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid x < 7\}$
3) $C = \{..., -10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (5|x) \wedge (x \leq 25)\}$

1.255 ***a)*** A = Menge der positiven geraden Zahlen
b) B = Menge aller ganzen Zahlen zwischen 4 und 10

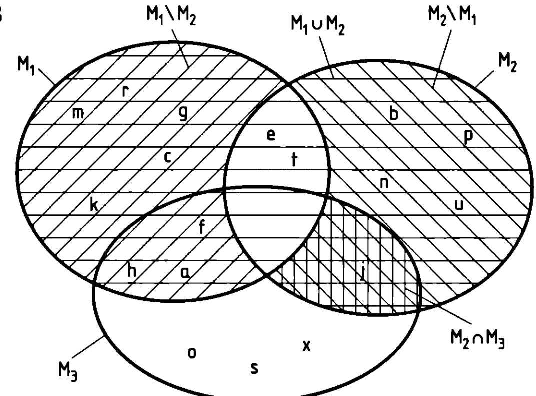
1.256 ***1)*** {Anna, Julia, Jasmin, Lukas, Markus, David, Sophie, Stefan}
2) {Julia, Markus}
3) {Anna, Jasmin, Lukas}

1.257



$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7, 9\}$, $A \cap B \cap C = \{4\}$, $B \backslash A = \{1, 3\}$

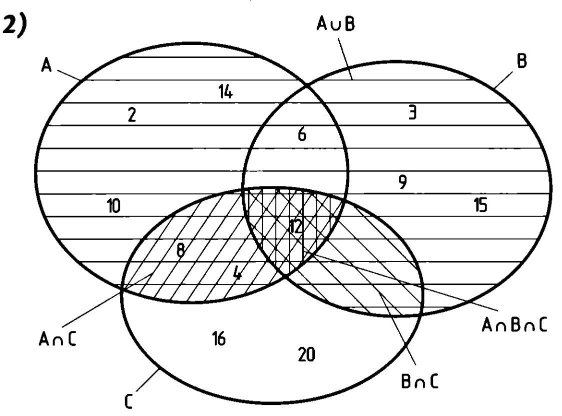
1.258



a) $M_1 \cup M_2 = \{a, b, c, e, f, g, h, j, k, m, n, p, r, t, u\}$
b) $M_2 \cap M_3 = \{j\}$
c) $M_1 \backslash M_2 = \{a, c, f, g, h, k, m, r\}$
d) $M_2 \backslash M_1 = \{b, j, n, p, u\}$

1.259 ***1)*** A = Menge der geraden Zahlen von 2 bis 14, B = Vielfache von 3, von 3 bis 15, C = Vielfache von 4, von 4 bis 20

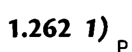
2)



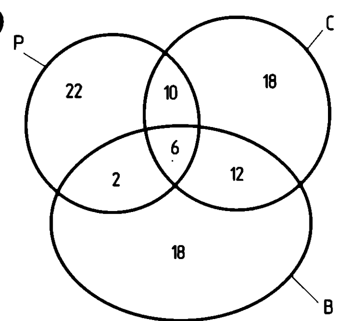
a) A ∪ B = {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15}
b) B ∩ C = {12}
c) A ∩ B ∩ C = {12}
d) A ∩ C = {4, 8, 12}

1.260 ***a)*** A ∪ B = {1, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 12}, A ∩ B = {3, 8}, A\B = {1, 5, 9}, B\A = {4, 11, 12}
b) X ∪ Y = {a, c, d, f, g, h, k, l, r, s, t, x, y, z}, X ∩ Y = {f, t, x}, X\Y = {a, c, g, h, r, y, z}, Y\X = {d, k, l, s}
c) M ∪ N = {rot, grün, blau, gelb, rosa, lila, braun}, M ∩ N = {blau}, M\N = {rot, grün, gelb}, N\M = {rosa, lila, braun}

1.261 ***a)*** A ∩ B = {5}, A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
b) A ∩ B = {4, 5, 6, 7}, A ∪ B = ℕ
c) A ∩ B = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}, A ∪ B = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 29}



1.262 ***1)***



2) P ∪ C ∪ B = {Studierende, die eine Prüfung in Physik, Chemie oder Biologie absolviert haben}, das trifft auf 88 Studierende zu.

1.263 ***1)*** Wahr, π lässt sich nicht als Bruch darstellen.
2) Wahr, $16\,807 \cdot 7 = 117\,649$
3) Falsch, $\sqrt{3}$ lässt sich nicht als Bruch darstellen.
4) Wahr, $48 + 5 - 17 = 53 - 17 = 36$
5) Falsch, 2, 3, 6 und 9 sind Teiler von 18
6) Wahr, $11 \cdot 11 = 121$
7) Falsch, $0,\dot{3} = \frac{1}{3}$
8) Wahr, $3 \cdot 27 = 81$

1.264 ***1)*** Wahr, $2 \cdot x$ ist durch 2 teilbar $\Rightarrow 2 \cdot x$ ist eine gerade Zahl.
2) Wahr, kongruente Dreiecke sind deckungsgleich und haben deshalb dieselben Winkel. Zwei Dreiecke mit denselben Winkeln sind ähnlich.
3) Wahr, $\sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl, $3 \cdot \sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl $\Rightarrow 4 + 3 \cdot \sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl.
4) Falsch, zB 8 ist durch 4 teilbar, aber nicht durch 6.

1.265 ***1)*** Richtig, „Der Rucksack ist nicht schwer" ist falsch, wenn die ursprüngliche Aussage richtig ist und umgekehrt.
2) Falsch, der Rucksack könnte auch zB mittelschwer oder sehr schwer sein.
3) Falsch, die Formulierung impliziert, dass etwas anderes schwer ist.
4) Falsch, der Rucksack könnte auch zB mittelschwer oder sehr schwer sein.

1.266 B sagt die Wahrheit, die anderen beiden lügen.

1.267 ***1)*** $x \leqslant 4$
2) Nicht jede natürliche Zahl ist durch 6 teilbar.
3) Von 20 Kirschen waren maximal 4 wurmig.
4) Von 3 Mandarinen ist entweder keine verdorben oder mindestens 2.

1.269 ***1)*** $a \Rightarrow b$, a ... man legt ein Schokoladestück in die Sonne, b ... das Schokoladestück schmilzt
2) $a \wedge b$, a ... der Neuwagen ist mit Schiebedach ausgestattet, b ... der Neuwagen ist mit Klimaanlage ausgestattet
3) $a \wedge b \Leftrightarrow c$, a ... ein Viereck hat vier gleich lange Seiten, b ... ein Viereck hat vier rechte Winkel, c ... das Viereck ist ein Quadrat
4) $a \vee b$, a ... die Palatschinke wird mit Eis gefüllt, b ... die Palatschinke wird mit Schokolade gefüllt
5) $a \vee b$, a ... Thomas isst heute Pizza, b ... Thomas isst heute Lasagne

1.270 wahr: ***2), 3)***

1.271 ***1)*** $\{2\}$ ***2)*** $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leqslant x < 3\}$ ***3)*** $\{x \in \mathbb{Z} \mid 9 < x < 20\}$
4) $\{x \in \mathbb{Z} \mid (x \leqslant -4) \vee (x \geqslant 2)\}$

1.272 ***1)*** Richtig
2) Falsch, es könnte auch zB ein Deltoid sein.
3) Richtig
4) Falsch, 24 ist durch 3 teilbar, die Ziffernsumme 6 ist aber nicht durch 9 teilbar.

1.273 ***1)*** Falsch, 8 ist eine gerade ganze Zahl, $\frac{8}{2} = 4$ ist auch eine gerade ganze Zahl.
2) Richtig, $2 \cdot 0 + 1 = 1$, $2 \cdot 1 + 1 = 3$, $2 \cdot 2 + 1 = 5$ usw.
3) Falsch, es könnte zB $x = 1$ und $y = 11$ sein.
4) Falsch, es könnte auch ein gleichschenkliges Dreieck sein.

1.274

p	q	r	a)	b)
w	w	w	f	w
w	w	f	f	f
w	f	w	f	w
w	f	f	w	f
f	w	w	w	f
f	w	f	f	f
f	f	w	w	w
f	f	f	w	f

1.275 – 1.279

1.275

p	q	r	s	a)	b)	c)	d)	e)	f)
w	w	w	w	f	f	w	f	w	w
w	w	w	f	f	f	w	w	w	w
w	w	f	w	f	f	w	w	w	f
w	w	f	f	f	f	w	f	f	w
w	f	w	w	f	f	w	w	w	f
w	f	w	f	w	f	w	f	f	w
w	f	f	w	f	f	w	w	w	f
w	f	f	f	f	f	w	f	f	w
f	w	w	w	w	w	w	w	w	w
f	w	w	f	w	w	w	w	w	w
f	w	f	w	w	w	w	f	f	f
f	w	f	f	w	w	f	f	f	f
f	f	w	w	w	f	w	f	f	f
f	f	w	f	w	w	w	f	f	f
f	f	f	w	w	f	f	f	f	f
f	f	f	f	w	f	f	f	f	f

1.276

a	b	$\neg a \wedge \neg b$	$\neg(a \vee b)$	$\neg a \wedge \neg b \Leftrightarrow \neg(a \vee b)$
w	w	f	f	w
w	f	f	f	w
f	w	f	f	w
f	f	w	w	w

1.277

a	b	$\neg a \vee \neg b$	$\neg(a \wedge b)$	$\neg a \vee \neg b \Leftrightarrow \neg(a \wedge b)$
w	w	f	f	w
w	f	w	w	w
f	w	w	w	w
f	f	w	w	w

1.278 *1)*

a	b	$a \wedge b$	$a \vee (a \wedge b)$	$a \vee (a \wedge b) \Leftrightarrow a$
w	w	w	w	w
w	f	f	w	w
f	w	f	f	w
f	f	f	f	w

2)

a
b
a∨(a∧b)
a∧b

1.279

a	b	c	$b \vee c$	$a \wedge (b \vee c)$	$a \wedge b$	$a \wedge c$	$(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	$a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
w	w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	f	w	w
w	f	w	w	w	f	w	w	w
w	f	f	f	f	f	f	f	w
f	w	w	w	f	f	f	f	w
f	w	f	w	f	f	f	f	w
f	f	w	w	f	f	f	f	w
f	f	f	f	f	f	f	f	w

1.280 $\neg(\neg(a \vee b)) \Leftrightarrow a \vee b$
Beispiel: Die Ampel steht nicht auf grün.
a ... die Ampel steht auf rot, b ... die Ampel steht auf gelb, $\neg(a \vee b)$ ... die Ampel steht nicht auf rot oder gelb, dh. sie steht auf grün, $\neg(\neg(a \vee b))$ ... es ist nicht richtig, dass die Ampel nicht auf rot oder gelb steht, dh. die Ampel steht nicht auf grün

1.281 ***a)*** 9 ***b)*** –46 656

1.282 ***a)*** 19 ***b)*** 13

1.283 ***a)*** (Zahlenstrahl, markiert: –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4)
–5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5

b) (Zahlenstrahl, markiert: –7, –6, –5, –4, –3, 3, 4, 5, 6, 7)
–7 –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5 6 7

c) (Zahlenstrahl, markiert: –8 bis 8)
–9 –8 –7 –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1.284

ist Teiler von	108	270	436	480	1 800	2 310	2 520	3 600
2	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
3	✗	✗		✗	✗	✗	✗	✗
4	✗		✗	✗	✗		✗	✗
5		✗		✗	✗	✗	✗	✗
6	✗	✗		✗	✗	✗	✗	✗
8				✗	✗		✗	✗
9	✗	✗			✗		✗	✗
12	✗			✗	✗		✗	✗
25					✗			✗

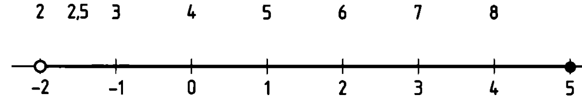
1.285 ***a)*** kgV: 432, ggT: 6 ***b)*** kgV: 540, ggT: 54 ***c)*** kgV: 630, ggT: 105 ***d)*** kgV: 2 160, ggT: 144

1.286 {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 31, 37}

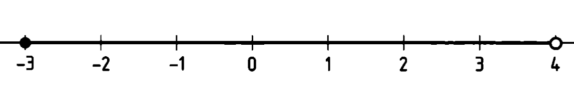
1.287 ***1)*** ggT(24, 36) = 12; kgV (24, 36) = 72; $12 \cdot 72 = 24 \cdot 36 = 864$
ggT(315, 420) = 105; kgV(315, 420) = 1 260; $105 \cdot 1\,260 = 315 \cdot 420 = 132\,300$
2) Der ggT enthält alle Primfaktoren zu ihrer kleinsten Potenz, das kgV enthält alle Primfaktoren zu ihrer größten Potenz. Wenn man nun beide multipliziert, besteht das Produkt aus den Primfaktoren sowohl zu ihrer kleinsten als auch ihrer größten Potenz. Damit ist dieses Produkt gleich dem Produkt der beiden Zahlen.

1.288 ***a)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid 2{,}5 \leq x \leq 7\}$
2 2,5 3 4 5 6 7 8

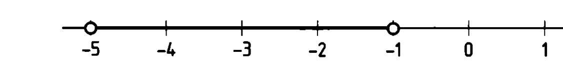
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 5\}$



c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$



d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < -1\}$



1.289 ***a)*** 0,5 ***b)*** 0,25 ***c)*** 0,75 ***d)*** 0,375 ***e)*** 0,4 ***f)*** 0,04

1.290 ***a)*** $\frac{4}{5}$ ***b)*** $\frac{1}{20}$ ***c)*** $\frac{3}{20}$ ***d)*** $\frac{3}{200}$ ***e)*** $\frac{11}{40}$ ***f)*** $\frac{1}{250}$

1.291 **a)** $-\frac{5}{48}$ **b)** $-\frac{35}{72}$ **c)** $\frac{7}{25}$

1.292 **a)** 72 **b)** 18 **c)** $\frac{9}{20}$ **d)** $\frac{1}{22}$ **e)** $\frac{63}{25}$

1.293 **a)** $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{1}{12}$ **c)** $\frac{4}{3}$

1.294 **a)** $\frac{1}{12}$ **b)** $\frac{13}{2}$ **c)** $\frac{7}{8}$ **d)** $\frac{8}{5}$

1.295 1 : 300 000

1.296 578,947... : 1

1.297 **a)** G = 222,$\dot{2}$ km ≈ 222 km **b)** p % = 88 % **c)** A = 20,9 mg **d)** G = 257,142... d ≈ 257 d **e)** p % = 46 % **f)** A = 171 J

1.298 Der Taschenrechner kostet in beiden Geschäften 74,52 €.

1.299 **a)** $\frac{7}{9}$ **b)** $\frac{1}{30}$ **c)** $\frac{25}{99}$ **d)** $\frac{23}{90}$

1.300 **a)** 3 **b)** $\frac{15}{4}$

1.301 DVDs: 80,00 €, Pullover: 19,80 €

1.302 **a)**

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{4}$

b)

$\frac{17}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{4}$
1	$\frac{7}{6}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{13}{12}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{11}{12}$

c)

$\frac{13}{15}$	$\frac{17}{60}$	$\frac{7}{10}$
$\frac{9}{20}$	$\frac{37}{60}$	$\frac{47}{60}$
$\frac{8}{15}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{11}{30}$

1.303 ***1)*** 1,183... % ≈ 1,18 % ***2)*** 838 928 Scheidungen (838 928,4) ***3)*** –

1.304 **a)** 3 000 **b)** 400 **c)** 1 600

1.305 **a)** 2 500 **b)** 0,058 **c)** 0,034 6 **d)** 0,000 455

1.306 **a)** $2{,}35 \cdot 10^4 = 23{,}5 \cdot 10^3$ **b)** $5{,}6 \cdot 10^{-2} = 56 \cdot 10^{-3}$ **c)** $7{,}59 \cdot 10^5 = 759 \cdot 10^3$ **d)** $4{,}1 \cdot 10^{-5} = 41 \cdot 10^{-6}$

1.307 **a)** 159 000; 160 000 **b)** 5,67; 5,7 **c)** 7 900 000; 7 900 000 **d)** 0,004 08; 0,004 1

1.308 **a)** 11 233,0 **b)** 19,0 **c)** 320,104 4 **d)** 123,0

1.309 **a)** 0 **b)** –2 **c)** 1 **d)** –2

1.310 **a)** 200 **b)** 0,6 **c)** 200 **d)** 0,3

1.311 **a)** $2{,}5 \cdot 10^{-1}$ **b)** $5 \cdot 10^1$

1.312 ***1)*** Die angegebene Größe kann nicht stimmen. Die Tanzfläche würde fast ein Drittel der Fläche des gesamten 1. Bezirks (3,01 km^2) einnehmen.
2) 1 000 m^2 wurden irrtümlich auf 1 km^2 umgerechnet (1 km^2 = 1 000 000 m^2).

1.313 ***1)*** 1 Minute: $1{,}8 \cdot 10^7$ km, 1 Tag: $2{,}6 \cdot 10^{10}$ km, 1 Jahr: $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km
2) $4 \cdot 10^{13}$ km ***3)*** $1{,}9 \cdot 10^{19}$ km

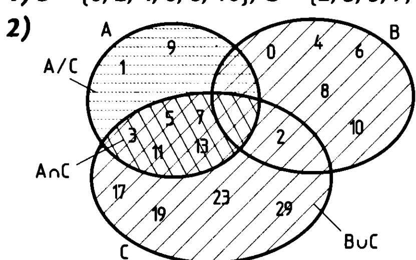
1.314 **a)** 10111_2 **b)** 100111_2 **c)** 1111111_2 **d)** 101100110_2 **e)** 1000000001_2

1.315 **a)** 43 **b)** 133 **c)** 63 **d)** 170

1.316 $a + b = 100000110_2$ $(149 + 113 = 262)$, $a - b = 100100_2$ $(149 - 113 = 36)$
$a \cdot b = 100000111000101_2$ $(149 \cdot 113 = 16\,837)$

1.317 ***1)*** $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

2)



3) $A \cap C = \{3, 5, 7, 11, 13\}$; $B \cup C = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$; $A \setminus C = \{1, 9\}$

1.318

p	q	r	s	a)	b)
w	w	w	w	f	f
w	w	w	f	f	f
w	w	f	w	f	w
w	w	f	f	f	w
w	f	w	w	f	f
w	f	w	f	f	f
w	f	f	w	w	f
w	f	f	f	w	f
f	w	w	w	w	w
f	w	w	f	w	f
f	w	f	w	w	f
f	w	f	f	w	w
f	f	w	w	w	w
f	f	w	f	w	f
f	f	f	w	w	w
f	f	f	f	w	f



Terme und Variablen

2.1 $\alpha + \beta < 2 \cdot 90°$, $\beta + \gamma < 2 \cdot 90°$, $\alpha + \gamma < 2 \cdot 90°$

2.3 *a)* $5x$ *b)* $x - 9$ *c)* $\frac{x}{3}$ *d)* $x + 17$ *e)* $x + 78$ *f)* $\frac{x}{4}$ *g)* $x - 36$ *h)* $9x$

2.4 *a)* $\frac{7x}{4}$ *b)* $2x - 5$ *c)* $9 + \frac{x}{3}$ *d)* $\frac{3x}{2}$

2.5 *a)* $2 \cdot (x + 3)$ *b)* $6 \cdot (x - 2)$ *c)* $\frac{x+7}{2}$ *d)* $\frac{x-5}{5}$

2.6 *a)* $\frac{x-3}{7}$ *b)* $(x + 4) \cdot 5$ *c)* $7x - 2$ *d)* $\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

2.7 *a)* das Vierfache der Zahl
b) ein Fünftel der Zahl
c) die um fünf verminderte Zahl
d) die um sieben vermehrte Zahl
e) fünf vermindert um das Doppelte der Zahl
f) ein Drittel der Zahl vermehrt um sieben
g) ein Elftel der Differenz zwischen dem Fünffachen der Zahl und sechs
h) ein Fünftel der Summe von sechs und dem 13fachen der Zahl

2.8 Mario steht vor einem Haus mit der Hausnummer 13; $2n - 1$, $n \in \mathbb{N}^*$; Voraussetzungen: Die Zählung beginnt mit Haus Nr. 1, es gibt keine Häuser, die mehrere Nummern tragen, zB Nr. 3 – 5 und alle Nummern wurden vergeben.

2.9 *1)* $3x + 9$ *2)* $6x + 18$ *3)* $30x + 90$

2.10 *1)* von 2 Stunden nach Beginn des Schultags bis zum Ende des Schultags
2) von 10 Minuten nach Beginn des Schultags bis 2 Stunden nach Beginn des Schultags
3) vom Beginn des Schultags bis 10 Minuten nach Beginn des Schultags

2.11 $\frac{s}{k}$, $s \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}^*$. Nein. Wenn s kein Vielfaches von k ist, bleiben Schrauben bei der Aufteilung übrig bzw. werden auf die Kisten ungleichmäßig aufgeteilt.

2.12 *a)* $(x + 11) \cdot y$ *b)* $\frac{3x-5}{y}$ *c)* $\frac{x-y}{3}$ *d)* $\frac{x \cdot 5}{y}$

2.13 *1)* $\frac{x+y}{x-7}$, $\frac{x+y}{y-7}$: Die Zahlen x und y werden addiert und die Summe durch die Differenz einer der beiden mit sieben dividiert. Es ist nicht angegeben, welche der beiden Zahlen um sieben vermindert wird.
2) $10 \cdot (3x + 9)$: Das Dreifache einer Zahl wird um neun vergrößert und dann mit zehn multipliziert. $10 \cdot 3x + 9$: Das insgesamt 30fache einer Zahl wird um neun vergrößert. $10 \cdot 3 \cdot (x + 9)$: Das insgesamt 30fache der Summe aus der Zahl und neun wird gebildet.
3) $(x - y) \cdot (4x + 3y)$: Der erste Faktor des Produkts ist die Differenz der Zahlen x und y, der zweite ist das Vierfache der ersten Zahl vermehrt um das Dreifache der zweiten.

2.14 *a)* 8 *b)* $\frac{5}{3}$ *c)* 9 *d)* $\frac{13}{4}$ *e)* −72 *f)* 6

2.15 *a)* $\frac{3}{4}$, 0, $-\frac{3}{4}$
b) 4, 0, Wurzel einer negativen Zahl nicht möglich
c) $\frac{5}{4}$, Division durch null nicht zulässig, $\frac{5}{16}$
d) Wurzel einer negativen Zahl nicht möglich, 0, Wurzel einer negativen Zahl nicht möglich

2.16 *1)* $4a + 2m$ Jedes Auto (a) hat vier Reifen, jedes Motorrad (m) hat zwei Reifen. Reservereifen werden nicht berücksichtigt.
2) um 4a Reifen mehr
3) $m - n + k$

2.17 $70{,}00\,€ \cdot n + 30{,}00\,€ \cdot \frac{5n}{6}$

2.18 ***a)*** $A = a \cdot b$ Die Fläche eines Rechtecks ist gleich dem Produkt von Länge mal Breite.
b) $u = 4 \cdot a$ Der Umfang eines Quadrats ist das Vierfache der Seitenlänge des Quadrats.
c) $O = 2ab + 2ac + 2bc$ Die Oberfläche eines Quaders ist die Summe der doppelten Flächeninhalte der Grundfläche und zweier nicht gegenüber liegender Seitenflächen.
d) $V = a^3$ Das Volumen eines Würfels ist gleich der mit drei potenzierten Länge der Seite des Würfels.

2.28 zB $a = 3$, $b = 2$, LS: $2 \cdot (3 \cdot 2) = 2 \cdot 6 = 12$, RS: $(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2) = 6 \cdot 4 = 24$, LS $\neq$ RS.

2.29 $4 \cdot 14{,}00$ €, Peter bekommt pro Stunde 7,00 € bezahlt, Susi das Doppelte, also 14,00 € pro Stunde. Die Anzahl der Arbeitsstunden ist bei beiden vier.

2.30 ***a)*** $13x + y$ ***b)*** $-2x - 7y$

2.31 ***a)*** $2y$ ***b)*** $21x - 7y$

2.32 ***a)*** $37a$ ***b)*** $-54c$ ***c)*** $-5b$

2.33 ***a)*** $4e + 3f$ ***b)*** $19g + 19h$ ***c)*** $14e + 25f$ ***d)*** $16h - 6k$

2.34 ***a)*** $5a - 4b$ ***b)*** $21d + 11e$ ***c)*** $11f - 6g$ ***d)*** $36h + 39k$

2.35 ***a)*** $-21m - 14n + 15$ ***b)*** $-14k + 8m + 24$ ***c)*** $-4k + 23n - 27$ ***d)*** $-6m + 3n + 40$

2.36 ***A)*** Beim Auflösen der ersten Klammer wurde das Minus vor 4a vergessen und beim Auflösen der zweiten Klammer wurde das Minus von 6a vergessen. Zusammengefasst wurde richtig.
B) Beim Auflösen der ersten Klammer wurde das Minus vor 4a vergessen und beim Zusammenfassen das Minus vor dem Ergebnis: $4a - 6a = -2a$.
C) Beim Auflösen der ersten Klammer wurde das zweite Vorzeichen nicht umgedreht, obwohl ein Minus vor der Klammer steht. Und beim Zusammenfassen: $-2b - 2b = -4b$.

2.37 ***a)*** $[14p - (12 - 7q)] - 15p =$ • Auflösen der runden Klammern, dabei die Vorzeichen ändern
$= [14p - 12 + 7q] - 15p =$ • Auflösen der eckigen Klammern
$= 14p - 12 + 7q - 15p =$ • Zusammenfassen der Variablen p
$= -p + 7q - 12$
b) $[-32p - (11q - 26p)] - (-q) =$ • Auflösen der runden Klammern, dabei die Vorzeichen ändern
$= [-32p - 11q + 26p] + q =$ • Zusammenfassen der Variablen p und Auflösen der eckigen Klammern
$= -6p - 11q + q =$ • Zusammenfassen der Variablen q
$= -6p - 10q$
c) $4p - [(22 - 20q) - 14p] - 19p =$ • Auflösen der runden Klammern
$= 4p - [22 - 20q - 14p] - 19p =$ • Auflösen der eckigen Klammern, dabei die Vorzeichen ändern
$= 4p - 22 + 20q + 14p - 19p =$ • Zusammenfassen der Variablen p
$= -p + 20q - 22$
d) $-30q - [-(18q - 2p) + 33] =$ • Auflösen der runden Klammern, dabei die Vorzeichen ändern
$-30q - [-18q + 2p + 33] =$ • Auflösen der eckigen Klammern, dabei die Vorzeichen ändern
$-30q + 18q - 2p - 33 =$ • Zusammenfassen der Variablen q
$-2p - 12q - 33$

2.38 ***a)*** $[18r - 40r + (-16s + 22r)] - 11s =$
- Zusammenfassen der Variablen r und Auflösen der runden Klammern

$= [-22r - 16s + 22r] - 11s =$
- Zusammenfassen der Variablen r und auflösen der eckigen Klammern

$= -16s - 11s =$
- Zusammenfassen der Variablen s

$= -27s$

b) $-22s + [-45r - (16s + 10r) - 18s] =$
- Auflösen der runden Klammern, dabei die Vorzeichen ändern

$= -22s + [-45r - 16s - 10r - 18s] =$
- Zusammenfassen der Variablen in den eckigen Klammern und Auflösen der eckigen Klammern

$= -22s - 55r - 34s =$
- Zusammenfassen der Variablen s

$= -55r - 56s$

c) $8{,}4s + [-(12{,}5s + 6{,}9r - 4{,}5) + 16{,}1r] =$
- Auflösen der runden Klammern, dabei die Vorzeichen ändern

$= 8{,}4s + [-12{,}5s - 6{,}9r + 4{,}5 + 16{,}1r] =$
- Zusammenfassen der Variablen r in den eckigen Klammern und Auflösen der eckigen Klammern

$= 8{,}4s - 12{,}5s + 9{,}2r + 4{,}5 =$
- Zusammenfassen der Variablen s

$= 9{,}2r - 4{,}1s + 4{,}5$

d) $-[(9{,}99r + 18{,}1s) - (-11{,}99s)] + (-15{,}1r) =$
- Auflösen aller runden Klammern mit Vorzeichenwechsel bei der zweiten

$= -[9{,}99r + 18{,}1s + 11{,}99s] - 15{,}1r =$
- Zusammenfassen der Variablen s in den eckigen Klammern

$= -[9{,}99r + 30{,}09s] - 15{,}1r =$
- Auflösen der eckigen Klammern, dabei die Vorzeichen ändern

$= -9{,}99r - 30{,}09s - 15{,}1r =$
- Zusammenfassen der Variablen r

$= -25{,}09r - 30{,}09s$

2.39 ***a)*** $-14{,}9x - 0{,}89y + 4{,}99z$ ***b)*** $0{,}91x - 9{,}91y + 14{,}11z$

2.40 ***a)*** $-10r + 13s + 2t$ ***b)*** $12r - 18t + 7s$ ***c)*** $10r + 2s - 16t$ ***d)*** $13r + 13t$

2.41 ***a)*** $17x - 12y - 6$ ***b)*** $-2x + 4y$ ***c)*** $-y - 9$ ***d)*** $-7x + 8y$

2.42 ***a)*** $x - (y - z) - (x - y) - z = 0$
b) $(x - y - (z - x - y) - z) = 2x - 2z$
c) $(x - y) - z - x - (y - z) = -2y$
d) $x - (y - z) - x - (y - z) = -2y + 2z$

2.43 ***a)*** $v - \{2x - [3y - 4z - z - 2y - (3x - 4v)]\} = 5v - 5x + y - 5z$
b) $\{v - [2x - (3y - 4z) - z] - 2y - 3x\} - 4v = -3v - 5x + y - 3z$

2.44 ***a)*** $-16g$ ***b)*** $32k$ ***c)*** $22h$

2.45 ***a)*** $-175m$ ***b)*** $\frac{320}{3}p$ ***c)*** $7n$

2.46 ***a)*** $9a$ ***b)*** a ***c)*** $-4a$ ***d)*** $-\frac{3}{4}a$ ***e)*** $-39a$ ***f)*** $2a$

2.47 ***a)*** $15x - 49$ ***b)*** $-16x - 1$ ***c)*** $-8x + 15$ ***d)*** $\frac{17}{3}x + \frac{5}{9}$

2.48 ***a)*** $8 - 48d$ ***b)*** $37 - 20b$ ***c)*** $80 + 57c$ ***d)*** $36{,}25 - a$

2.49 ***a)*** $-3ab - 8ac + 15bc$
b) $6pq - 2pr + 25qr$
c) $-26gh + 11gk - 6hk$
d) $xy + 4xz + 37yz$

2.50 ***a)*** $25x + 10xy + 6y + 15$ ***b)*** $-20a + 12ab + 21b - 35$ ***c)*** $5m - 15mn + 6n - 2$

2.51 ***a)*** $-7ax + 2ay + 21bx - 6by$ ***b)*** $15ay - 6ab + 4xb - 10xy$ ***c)*** $6ab - 10ax + 9by - 15xy$

2.52 ***a)*** $-78r + 46rs + 3s + 106$ ***c)*** $19y + 3yz - 51z - 26$
b) $-70a - 36ab + 122ac + 3b - 5bc + 8c$ ***d)*** $24p - 14pq - 10pr + q - 12qr + 13r$

2.53 ***a)*** $-144a - 50ax - 94ay - 288b - 60bx - 48by + 8x + 28y$
b) $186ax - 198ay + 156bx - 213by + 66x - 93y$

2.54 ***a)*** $333a - 60ax + 234ay + 134b + 20bx + 32by + 30x - 238y - 436$
b) $-26ax - 22b + 95bx + 11by - 53x - 19y + 38$

2.55 ***1)*** Die Angabe Monikas als Term anschreiben: $\frac{[(x + 5) \cdot 4 - 8] \cdot 25 + 200}{100}$.
Vereinfachen ergibt den Term x + 5. Daher weiß Monika, dass die Zahl, die Hannes nennen wird, um fünf größer ist als jene, die er sich gedacht hat.
2) Es wird die Präsentation eines selbst entwickelten Zahlenrätsels verlangt.

2.56 Der drittletzte Faktor (x – x) ist null. Das Produkt aller weiteren Faktoren wird daher mit null multipliziert. Das Ergebnis ist null.

2.57 ***a)*** $z \cdot (x + 4)$ ***c)*** $2x \cdot (12y + 9)$ ***e)*** $-8a \cdot (-2b + 3c)$
b) $z \cdot (7 - 4)$ ***d)*** $2x \cdot (-3 - 50z)$ ***f)*** $-8a \cdot (2m - 10n)$

2.58 ***a)*** $12ax + 28x = 2x \cdot (6a + 14)$ ***d)*** $40ac - 88ab = -8a \cdot (-5c + 11b)$
b) $26x + 6xy = 2x \cdot (13 + 3y)$ ***e)*** $-8a - 40abc = -8a \cdot (1 + 5bc)$
c) $-2x + 88xyz = 2x \cdot (-1 + 44yz)$ ***f)*** $\frac{t}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{1}{4} \cdot (-t + 2\pi)$

2.59 ***a)*** $5 \cdot (3a - 1)$ ***c)*** $7 \cdot (3m + 4)$ ***e)*** $7 \cdot (2xy - z)$ ***g)*** $9b \cdot (3a - 2)$
b) $6 \cdot (1 + 3b)$ ***d)*** $15 \cdot (1 - 2n)$ ***f)*** $9y \cdot (9 + 8x)$ ***h)*** $5a \cdot (5b + 11)$

2.60 ***a)*** $(x + 1) \cdot (a - b)$ ***b)*** $(3b + 2) \cdot (2a - x)$ ***c)*** $(2a + b) \cdot (x - 1)$ ***d)*** $(a + 7b) \cdot (y + 1)$

2.62 ***a)*** $(a - b) \cdot (c + d)$ ***b)*** $(a + 3b) \cdot (x - y)$ ***c)*** $(a - b) \cdot (c - 2)$ ***d)*** $(a + c) \cdot (8 - m)$

2.63 ***a)*** $(2g - 3h) \cdot (3x - 2y)$ ***c)*** $(5a - b) \cdot (2c - 3d)$
b) $(h + 2k) \cdot (4x - y)$ ***d)*** $(k + 6m) \cdot (5x - 3y)$

2.64 ***a)*** $(5 - a) \cdot (b + 3)$ ***b)*** $(d + 6) \cdot (c - 4)$ ***c)*** $(f - 7) \cdot (e - 1)$

2.65 ***a)*** $(4 + h) \cdot (f + 3g)$ ***b)*** $4 \cdot (c + 3) \cdot (3 - 8d)$ ***c)*** $(5 + 4n) \cdot (2k - 3m)$

2.66 ***a)*** $-6x + 2z$ ***b)*** $-4x - 4y$ ***c)*** $-6x + 2z$ ***d)*** $12y - 8z$

2.67 ***a)*** $2x$ ***b)*** $-2y$

2.68 $2y + z$

2.69 (5a + 2b + 5c) m, 610 m

2.70 zB $4 \cdot 5 > 3 \cdot 6$, $12 \cdot 30 > 11 \cdot 31$, $1\,000 \cdot 10\,000 > 999 \cdot 10\,001$
Behauptung: Für $x < y$ gilt $xy > (x - 1) \cdot (y + 1)$.
Ausmultiplizieren der rechten Seite und Subtrahieren von xy ergibt $0 > x - y - 1$.
Addieren von y und 1 ergibt $y + 1 > x$ als notwendige Bedingung. Diese ist wegen $y > x$ erfüllt.

2.71 zB $18 + 81 = 99$, $45 + 54 = 99$, $90 + 9 = 99$ Beweis: $10x + (9 - x) + 10 \cdot (9 - x) + x = 99$

2.72 $a^3 \cdot z^4$

2.73 zB $A = a^2$, $V = a^3$, $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$, $V = a^2 \cdot h$

2.74 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{7^3}$

2.77 2^6, 64, Anschreiben der Basis, Addieren der Hochzahlen
3^2, 9, Anschreiben der Basis, Subtrahieren der Hochzahlen

2.80 ***a)*** $\frac{1}{x^3}$ ***b)*** $\frac{1}{x^{10}}$ ***c)*** $\frac{6}{x^2}$ ***d)*** $\frac{4}{w^5}$ ***e)*** $\frac{7}{x^6}$ ***f)*** $\frac{2}{x^1}$

2.81 ***a)*** $\frac{4b}{a^4}$ ***b)*** $-\frac{a^4}{b^4}$ ***c)*** $\frac{5a}{b^3}$ ***d)*** $-\frac{2a^4}{b^6}$ ***e)*** $-\frac{3}{x^1}$ ***f)*** $\frac{18x^4}{y^1}$

2.82 ***1)*** $\frac{m}{s}$, Lichtgeschwindigkeit
2) $\frac{N}{m^2}$, Druck bei Normalbedingung
3) $\frac{1}{mol}$, Avogadro-Konstante
4) $\frac{kg}{m^3}$, Dichte von Wasser

2.83 ***a)*** $5 \cdot g^{-3}$
b) $h^2 \cdot (8 - h)^{-2}$
c) $6h^3 \cdot (g^2 + h)^{-1}$
d) $g^7 \cdot h^{-3}$
e) $-4g^4 \cdot (g - 1)^{-3}$
f) $(2h^3 + 3g) \cdot (g^5 - 4h^2)^{-1}$

2.84 ***a)*** ***1)*** $a \cdot a \cdot a \cdot a$ Das Ergebnis hat ein positives Vorzeichen. Vor der Potenz steht ein positives Vorzeichen, das nicht potenziert wird.
2) $-a \cdot a \cdot a \cdot a$ Das Ergebnis hat ein negatives Vorzeichen. Vor der Potenz steht ein Minus, das nicht potenziert wird.
3) $-a \cdot a \cdot a \cdot a$ Das Ergebnis hat ein negatives Vorzeichen. Vor der Potenz steht ein Minus, das nicht potenziert wird. Die Klammer ist entbehrlich.
4) $-(-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$ Das Ergebnis hat ein negatives Vorzeichen. Das negative Vorzeichen tritt fünfmal auf (ungerade Anzahl).
b) ***1)*** $-c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$ Das Ergebnis hat ein negatives Vorzeichen. Vor der Potenz steht ein Minus, das nicht potenziert wird.
2) $(-c) \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c)$ Das Ergebnis hat ein negatives Vorzeichen. Der Term lässt sich umformen auf $-c^5$, siehe ***1)***
3) $-(-d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d)$ Das Ergebnis hat ein positives Vorzeichen. Beide negative Vorzeichen werden nicht potenziert. Das negative Vorzeichen tritt zweimal auf (gerade Anzahl).
4) $-(-d) \cdot (-d) \cdot (-d) \cdot (-d) \cdot (-d)$ Das Ergebnis hat ein positives Vorzeichen. Das negative Vorzeichen tritt insgesamt 6mal auf (gerade Anzahl).

2.85

Diesen Term	$a^2 + a^3$	$4a^2 + b^5$	$-b : 7b^4$	$5a^6 \cdot 3a$	$9ab^3 - 4a^3b$	$4a^4b \cdot 2ab^5$
kann man zusammenfassen			✗	✗		✗
kann man nicht zusammenfassen	✗	✗			✗	
Begründung	1)	2)	3)	4)	5)	6)

1) Die Exponenten sind verschieden.
2) Die Potenzen sind verschieden.
3) Potenzen mit gleicher Basis können dividiert werden.
4) Potenzen mit gleicher Basis können multipliziert werden.
5) Die Exponenten sind verschieden.
6) Potenzen mit gleicher Basis können multipliziert werden.

2.87 ***a)*** $6a^2$ ***b)*** $2c^4 - c^3$ ***c)*** Ungleiche Potenzen können nicht zusammengefasst werden.

2.88 ***a)*** Ungleiche Potenzen können nicht zusammengefasst werden.
b) $-a^4 - c^4$ ***c)*** siehe ***a)***

2.89 ***a)*** $a^3b^3 + 5a^3b^2 - 2a^2b^3$ ***b)*** $x^2y^2 + 2x^2y + 3xy^2$

2.90 Exponenten verändern sich nicht, wenn Potenzen addiert werden. Richtig: $a^4 + a^4 = 2a^4$

2.91 ***a)*** a^{14} ***b)*** b^{15} ***c)*** c^{13} ***d)*** d^{15}

2.92 ***a)*** e^{17} ***b)*** f^{23} ***c)*** g^3 ***d)*** h^{21}

2.93 ***a)*** w^1 ***b)*** x^{-3} ***c)*** y^{-2} ***d)*** z^6

2.94 ***a)*** $(-h)^7$ ***b)*** $(-g)^5$ ***c)*** $(-f)^7$ ***d)*** $(-k)^{10}$

2.95 ***a)*** $(a-b)^{11}$ ***b)*** $(2x+3y)^9$ ***c)*** $(4a-x)^{10}$

2.96 ***a)*** $\frac{1}{a}$ ***b)*** $\frac{1}{c^5}$ ***c)*** b^2 ***d)*** d

2.97 ***a)*** a^3b^6c ***b)*** $\frac{c}{a^8b^3}$ ***c)*** $\frac{a^2c^5}{b^5}$ ***d)*** $a^{11}b^{14}c^9$

2.98 ***a)*** $-5a^3 - 16a^2 + 45a$ ***b)*** $30a^7 - 21a^5 - 63a^3 + 33a$ ***c)*** $a^3 - 6a^2 + 14a - 9$ ***d)*** $-12a^4 - 89a^3 + 8a^2 + 28a$

2.99 ***a)*** $4a^5 + a^4 + 10a^3 - 33a^2 - 15a + 18$ ***b)*** $5a^{10} + 3a^8 - 63a^6 + 72a^4 - 10a^2$ ***c)*** $-10a^7 + 12a^6 - 7a^5 - 3a^4 + 5a^3$ ***d)*** $-22a^6 + 33a^5 + 55a^4 - 2a^3 + 19a^2 - 19a - 40$

2.100 ***a)*** $9a^5 - 51a^4 + 21a^3 + 21a^2$ ***b)*** $-288a^5 + 54a^4 + 78a^2$

2.101 ***a)*** $-174a^7 + 35a^6 + 281a^5$ ***b)*** $168a^4 - 18a^3 + 133a^2$

2.102 ***a)*** x^{3n+5} ***b)*** x^{7m-22}

2.103 ***a)*** $x^{13p-12} \cdot y^{3p+13}$ ***b)*** $x^{-2q-1} \cdot y^{9q+15}$

2.104 ***a)*** $64x^4 + 60x^3y + 7x^2y - 84xy - 86y^2$ ***b)*** $133x^3 + 249x^2y + 14xy + 57y^2$ ***c)*** $-123x^3 + 125x^2y - 128xy^2 + 124y^3$

2.105 ***a)*** $20x^4 - 20x^3 + 4x^3y - 2x^3y^2 + 5x^2 - 6x^2y^3 - 12xy^2 + 10xy^3 - y^3 + 6y^4$
b) $-a^6 + 7a^4b^3 + 3a^4b - 4a^2b^3 + a^2b + 27b^2 + 23b^6$

2.106 ***a)*** r ***b)*** s^{-1} ***c)*** t^2 ***d)*** u^{-2}

2.107 ***a)*** a^9 ***b)*** b^{-12} ***c)*** c^4 ***d)*** d^{-9}

2.108 ***a)*** g^3 ***b)*** h^3 ***c)*** e ***d)*** f^{-3}

2.109 ***a)*** $(-k)^3$ ***b)*** $(-l)^{14}$ ***c)*** $(-m)^{11}$ ***d)*** $(-n)^4$

2.110 ***a)*** $(4x-y)^4$ ***b)*** $(7y+9z)^{-5}$ ***c)*** $(8z-3x)^{-4}$

2.112 ***a)*** x^{-3n-2} ***b)*** a^{2n} ***c)*** b^{4n+2} ***d)*** y^{5n-8}

2.113 ***a)*** e^{n+10} ***b)*** g^{-11n-4} ***c)*** h^{11n-12} ***d)*** f^{-11n+8}

2.114 ***1)*** Der Bruch wird als Produkt angeschrieben. Anwenden der Rechenregel $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ auf den zweiten Faktor ergibt $a^2 \cdot a^3$. Addition der Exponenten ergibt a^5.
2) a^{-3} im Nenner wird als Bruch angeschrieben. Auflösen des Doppelbruchs ergibt $a^2 \cdot a^3$. Addition der Exponenten ergibt a^5.
3) Anwenden der Rechenregel für Division von Potenzen mit gleicher Basis $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ergibt $a^{2-(-3)}$. Auflösen der Klammer im Exponenten und Ausrechnen ergibt a^5.

2.115 ***a)*** a^n ***b)*** a ***c)*** a^{x+1} ***d)*** a^{x+n} ***e)*** a^2 ***f)*** a^{2n-3} ***g)*** a^{3x-n} ***h)*** a^{n-x}

2.116 ***a)*** $64w^6$ ***b)*** $81z^2$ ***c)*** $-243x^{10}$ ***d)*** $-125y^{12}$ ***e)*** $64x^{36}$ ***f)*** $-81y^{12}$ ***g)*** $64w^{27}$ ***h)*** $-128z^{35}$

2.117 ***a)*** $-\frac{b^{11}c^{44}}{a^{22}}$ ***b)*** 1 ***c)*** $-\frac{81d^{40}}{c^{28}e^{12}}$ ***d)*** $\frac{1\,024h^{45}k^{10}}{g^{35}}$

2.118 ***a)*** $\frac{1}{169a^4b^8c^6}$ ***b)*** $-\frac{e^6}{216d^{27}f^6}$ ***c)*** 1 ***d)*** $\frac{h^{12}k^{20}}{2\,401g^{32}}$

2.119 ***a)*** $\frac{a^8}{81}$ ***b)*** $\frac{49}{a^{18}}$ ***c)*** $\frac{b^{30}}{64}$ ***d)*** $\frac{b^{21}}{729}$

2.120 ***a)*** $\frac{b^{12}}{16a^{24}}$ ***b)*** $-\frac{b^{30}}{243a^{10}}$ ***c)*** $-\frac{8^5b^{15}}{a^{25}}$ ***d)*** $-\frac{125b^{15}}{a^{12}}$

2.121 ***a)*** Die Koeffizienten wurden nicht potenziert. $\frac{8x^3}{27y^3}$

b) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert, nicht dividiert. $\frac{b^6}{a^2}$

c) Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert, nicht addiert. Das x im Zähler wurde nicht zur dritten Potenz gerechnet. Das Vorzeichen stimmt nicht: Das Minus wird zur dritten Potenz genommen und bleibt dabei erhalten, wird aber mit dem Minus vor dem Bruch zu Plus. $\frac{16z^6}{27x^3y^6}$

2.122 ***a)*** $ab^{-1}c^{-7}$ ***b)*** $a^{-5}b^{-2}c$ ***c)*** $x^{18}y^{42}a^{-12}b^{-30}c^{-6}$ ***d)*** $a^{35}b^0c^{21}x^{-28}y^{-7}z^{-35}$

2.123 ***a)*** xy^3 ***b)*** $x^{n-2}y^{n+5}$ ***c)*** x^2y^2 ***d)*** $x^{2a}y^{2n-3a}$

2.124 ***a)*** $3 \cdot (a+b)^{-1}$ ***b)*** $5c^2 \cdot (a^3 - b)^{-1}$ ***c)*** $2ab \cdot (b + c^2)^{-1}$ ***d)*** $4ab^2 \cdot (a - c^6)^{-1}$

2.125 ***a)*** $\frac{a^4d^2}{b^6e^8}$ ***b)*** $\frac{u^6w^3x^9}{v^{12}y^6z^{15}}$ ***c)*** $\frac{d^{12}f^{24}g^{18}}{64e^{12}h^{12}}$ ***d)*** $\frac{531\,441v^{12}z^{36}}{4\,096u^{36}x^{24}}$

2.126 LS: $\frac{1}{a^{n-3}} - \frac{1+a^3}{a^n}$ auf den Nenner a^n gebracht ergibt $\frac{a^3-(1+a^3)}{a^n}$. Klammern auflösen und zusammenfassen ergibt $-\frac{1}{a^n}$. Darstellung des Ergebnisses in Exponentenschreibweise ergibt $-a^{-n}$. LS = RS.

2.128 ***a)*** $\frac{b^3}{axy}$ ***b)*** ab^2x^5y ***c)*** $\frac{b^9x^3}{a^6y^2}$

2.129 ***a)*** $\frac{ab^3c^5y}{x^2z^6}$ ***b)*** $\frac{b^2y^4z^2}{a^4c^4x^5}$ ***c)*** $\frac{bz}{a^2c^6x^{10}y^4}$

2.130 ***a)*** $\frac{2b^{22}c^{25}x^{18}}{a^{40}y^{15}z^{13}}$ ***b)*** $\frac{a^9y^8}{b^{14}x^{17}z^{29}}$

2.131 ***a)*** $\frac{25e^2}{2d^3}$ ***b)*** $\frac{2b}{d^3e^5}$

2.132 ***a)*** $\frac{c^{10}x^{16}y^{19}}{a^{19}b^9z^{17}}$ ***b)*** $\frac{a^{35}}{b^{16}x^{32}y^9}$ ***c)*** $\frac{a^{29}b^{42}c^2z^{19}}{x^{55}y^9}$ ***d)*** $\frac{b^{34}}{a^3x^{17}y^8}$

2.134 ***a)*** $x^3 \cdot (1 + x^4)$ ***b)*** $x^2 \cdot (4x^3 - 1)$ ***c)*** $4x^2 \cdot (2x^7 - 1)$ ***d)*** $7x^3 \cdot (2 - x^8)$ ***e)*** $3x \cdot (4 + x^4)$ ***f)*** $5x^2 \cdot (5x^5 - 2)$ ***g)*** $5x^4 \cdot (x^4 - 2)$ ***h)*** $6x^6 \cdot (4x + 3)$

2.135 ***a)*** $a^n \cdot (a^{2n} + 1)$ ***b)*** $2e^m \cdot (1 - 3e^{m-1})$ ***c)*** $b^x \cdot (b^2 - 3)$ ***d)*** $8f^m \cdot (5f^{-1} - f)$ ***e)*** $c^n \cdot (c^3 - c^7)$ ***f)*** $9g^m \cdot (5 + 3g^m)$ ***g)*** $d^n \cdot (3d^{n-1} + 4)$ ***h)*** $3h^m \cdot (4h + 7h^{2m})$

2.136 ***a)*** Minus, da 2m + 1 ungerade ist
b) Plus, da 2m gerade ist
c) Minus, da nur x potenziert wird
d) Minus, da nur x potenziert wird

2.137 Der Flächeninhalt des Quadrats ist größer. Der Unterschied beträgt 25 cm^2.

2.138 ***1)*** 4 = 4 ***2)*** $a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2 = a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2$

2.139 ***1)*** $(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$
2) $25a^2 - 4b^2$ Die mittleren Terme heben sich auf. Das Ergebnis ist das Quadrat des ersten Terms vermindert um das Quadrat des zweiten Terms.

2.145 ***a)*** $(a + b)^2$ kann als Fläche eines Quadrats mit Seitenlänge $(a + b)$ aufgefasst werden. Diese Fläche setzt sich zusammen aus einem Quadrat mit Seitenlänge a, einem Quadrat mit Seitenlänge b und zwei Rechtecken mit Länge b und Breite a, insgesamt also $a^2 + 2ab + b^2$. Es gilt somit $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
b) Zieht man von einem Quadrat mit Seitenlänge a von der Länge und von der Breite jeweils b ab, so entsteht ein Quadrat mit Seitenlänge $(a - b)$ und der Fläche $(a - b)^2$. Diese Fläche ergibt sich auch, indem man von der Fläche des Quadrats mit Seitenlänge a, die Fläche zweier Rechtecke mit Länge a und Breite b abzieht, und dazu die Fläche des Quadrats mit Seitenlänge b addiert (da diese Fläche zweimal abgezogen wurde), insgesamt also $a^2 - 2ab + b^2$. Es gilt somit $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
c) Das Rechteck in der oberen Abbildung hat die Länge $(a + b)$ und die Breite $(a - b)$ und daher die Fläche $(a + b) \cdot (a - b)$. Teilt man das Rechteck wie in der Abbildung angegeben in zwei Trapeze, und setzt man diese wie in der unteren Abbildung angegeben zusammen, so entsteht ein Quadrat mit Seitenlänge a, das ein weiteres Quadrat mit Seitenlänge b enthält. Der Flächeninhalt der beiden Trapeze ergibt sich in diesem Fall durch Subtraktion der Flächeninhalte der beiden Quadrate, also durch $a^2 - b^2$. Es gilt somit $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$.

2.146 ***1)*** LS: $(-a - b)^2 = [(-1) \cdot (a + b)]^2 = (-1)^2 \cdot (a + b)^2 = (a + b)^2$
Der Term auf der linken Seite kann durch Herausheben von (-1) in ein Produkt zerlegt werden. Da $(-1)^2 = 1$ ist, gilt somit LS = RS.
2) LS: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, RS: $(-a + b)^2 = (-a)^2 - 2ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Die Differenzen $(a - b)$ und $(b - a)$ unterscheiden sich nur durch die Vorzeichen. Da das Quadrat der Differenz aber in beiden Fällen ein positives Vorzeichen hat, ist die Behauptung richtig.

2.147 ***a)*** $a^2 + 10a + 25$ ***b)*** $36 + 12b + b^2$ ***c)*** $16a^2 + 40ab + 25b^2$ ***d)*** $49a^2 + 126ab + 81b^2$

2.148 ***a)*** $49 - 14c + c^2$ ***b)*** $d^2 - 2d + 1$ ***c)*** $49c^2 - 42cd + 9d^2$ ***d)*** $121c^2 - 44cd + 4d^2$

2.149 ***a)*** $\frac{a^2}{81} + \frac{4ab}{9} + 4b^2$ ***b)*** $\frac{1}{16} - 2b + 16b^2$ ***c)*** $\frac{a^2b^2}{25} + 2a^2b + 25a^2$ ***d)*** $16b^2 - \frac{4ab^2}{5} + \frac{a^2b^2}{100}$

2.150 ***a)*** $100 - e^2$ ***b)*** $f^2 - 64$ ***c)*** $81e^2 - 9f^2$

2.151 ***a)*** $\frac{a^2b^2}{16} - b^2$ ***b)*** $\frac{a^2}{36} - 81b^2$ ***c)*** $144a^2 - \frac{a^2b^2}{49}$

2.152 ***a)*** $25e^4f^2 - f^6$ ***b)*** $36g^6 - 48g^4h^4 + 16g^2h^8$ ***c)*** $4f^6 + 36e^5f^6 + 81e^{10}f^6$ ***d)*** $64g^4h^2 - 49h^8$ ***e)*** $64e^2f^8 - 64ef^6 + 16f^4$ ***f)*** $9g^{10} + 30g^{11}h^2 + 25g^{12}h^4$

2.153 Der erste Lösungsweg ergibt sich durch Anwendung der Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Das Minus bei $-2a^3$ wirkt sich auf das Vorzeichen von 2ab so aus, dass der mittlere Term beim Ergebnis ein negatives Vorzeichen hat.
Beim zweiten Lösungsweg wurden die beiden Terme des Binoms zunächst vertauscht. Dies ist zulässig, da die Addition kommutativ ist. Anschließend wird die Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ angewendet. Der mittlere Term hat ein negatives Vorzeichen. Die beiden Ergebnisse stimmen überein.

2.154 ***a)*** $2a^2 + 22a + 65$ ***b)*** $-4b - 40$ ***c)*** $-8c + 40$ ***d)*** $2d^2 - 22d + 85$ ***e)*** $2e^2 - 2e + 13$ ***f)*** $24f - 24$

2.155 – 2.169

2.155 ***a)*** $29w^4 - 26w^2x + 10x^2$ ***b)*** $35y^6 + 52x^2y^3 - 55x^4$ ***c)*** $265x^4 + 102x^2y + 97y^2$ ***d)*** $384y^8 - 848y^4z^3 + 364z^6$

2.156 ***a)*** $\frac{20e^2}{9} - \frac{8ef}{3} + \frac{85f^2}{64}$ ***b)*** $\frac{505e^2}{324} + \frac{19ef}{6} + \frac{153f^2}{64}$

2.157 ***a)*** $-93x^2 - 698xy - 307y^2$ ***b)*** $360x^2 + 1\,002xy^3 + 588y^6$ ***c)*** $-305x^2 + 172xy + 20y^2$ ***d)*** $-149x^6 - 152x^3y - 653y^2$

2.158 ***a)*** $(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$ ***b)*** $\left(\frac{1}{4b} - 4a\right)^2 = \frac{1}{16b^2} - \frac{2a}{b} + 16a^2$

2.159 ***a)*** $(5a + 2b)^2$ bzw. $(-5a - 2b)^2$ ***b)*** $(7x - 3y)^2$ bzw. $(3y - 7x)^2$ ***c)*** $(9v + 1)^2$ bzw. $(-9v - 1)^2$

2.160 ***a)*** $(4e - 3f)^2$ bzw. $(3f - 4e)^2$ ***b)*** $\left(\frac{1}{2}c + 1\right)^2$ bzw. $\left(-\frac{1}{2}c - 1\right)^2$ ***c)*** $\left(\frac{v}{6} - \frac{3}{5}\right)^2$ bzw. $\left(\frac{3}{5} - \frac{v}{6}\right)^2$

2.161 ***a)*** $(8a - 1) \cdot (8a + 1)$ ***b)*** $(x - y^2) \cdot (x + y^2)$ ***c)*** $(x^3 - 11y^4) \cdot (x^3 + 11y^4)$

2.162 ***a)*** $a^3 + 15a^2 + 75a + 125$ ***b)*** $27b^3 - 189b^2a^2 + 441ba^4 - 343a^6$ ***c)*** $64b^3 + 48b^2c^2 + 12bc^4 + c^6$ ***d)*** $27c^{15} - 27c^{11}d + 9c^7d^2 - c^3d^3$ ***e)*** $216e^3f^3 + 216e^2f^3 + 72ef^3 + 8f^3$ ***f)*** $8a^9 - 108a^6b + 486a^3b^2 - 729b^3$ ***g)*** $64k^3m^6 + 144k^3m^4 + 108k^3m^2 + 27k^3$ ***h)*** $512k^{12} - 768k^{10}m + 384k^8m^2 - 64k^6m^3$

2.163 ***a)*** $s^3 + \frac{3s^2}{2} + \frac{3s}{4} + \frac{1}{8}$ ***b)*** $t^3 - \frac{3t^2}{4} + \frac{3t}{16} - \frac{1}{64}$ ***c)*** $\frac{u^3}{27} + \frac{5u^2v}{6} + \frac{25uv^2}{4} + \frac{125v^3}{8}$ ***d)*** $\frac{27h^3}{64} - \frac{9h^2k}{32} + \frac{hk^2}{16} - \frac{k^3}{216}$

2.164 ***a)*** $-8a^9b^3 + 36a^6b^4 - 54a^3b^5 + 27b^6$ ***b)*** $-125p^{15} - 525p^{11}n - 735p^7n^2 - 343n^3p^3$ ***c)*** $-p^3q^3 - 12p^2q^6 - 48pq^9 - 64q^{12}$ ***d)*** $-r^9s^6 + 24r^{10}s^5 - 192r^{11}s^4 + 512r^{12}s^3$

2.165 ***a)*** $\left(\frac{a^2+1}{2}\right)^2 = \frac{a^4 + 2a^2 + 1}{4} = \frac{a^4 - 2a^2 + 2a^2 + 2a^2 + 1}{4} = \frac{a^4 - 2a^2 + 1}{4} + \frac{4a^2}{4} = \left(\frac{a^2-1}{2}\right)^2 + a^2$

Auflösen der Klammer. Subtrahieren und addieren von $2a^2$ im Zähler und aufspalten in die Summe zweier Brüche mit Zähler $a^4 - 2a^2 + 1$ bzw. $4a^2$. Den ersten Bruch unter Verwendung einer binomischen Formel mit Klammern anschreiben, den zweiten Bruch mit vier kürzen.

b) wie ***a)***, subtrahieren und addieren von $\frac{a^2}{2}$.

2.166 ***a)*** $56v^3 + 144v^2u - 48vu^2 + 72u^3$ ***b)*** $91v^3 - 333v^2u - 117vu^2 - 287u^3$ ***c)*** $-26v^3 + 114v^2u - 132vu^2 + 72u^3$ ***d)*** $215v^3 - 339v^2u + 87vu^2 - 152u^3$

2.167 ***a)*** $56x^3 - 204x^2y + 138xy^2 + 127y^3 - 9x^2 - 48xy - 64y^2$
b) $100x^2 + 140xy + 49y^2 + 56y^3 - 84xy^2 - 42x^2y - 28x^3$
c) $24x^2y - 48xy^2 + 152y^3 - 36y^2 + 108xy - 81x^2$
d) $-39y^2 - 216xy - 105x^2 - 8x^3 + 12x^2y - 6xy^2 + y^3$

2.168 $21^2 = (20 + 1)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 + 40 + 1 = 441$

21 als Summe von 20 und 1 anschreiben (die Summanden so wählen, dass ihre Quadrate einfach zu berechnen sind). Die binomische Formel für $(a + b)^2$ anwenden und die Summe ausrechnen. Die Berechnung der weiteren Quadratzahlen erfolgt analog. Für 99^2 bzw. für 198^2 wird die binomische Formel für $(a - b)^2$ verwendet.

$32^2 = (30 + 2)^2 = 1\,024$, $43^2 = (40 + 3)^2 = 1\,849$, $99^2 = (100 - 1)^2 = 9\,801$, $198^2 = (200 - 2)^2 = 39\,204$

2.169 ***1)*** – ***2)*** 5 625, 7 225 und 9 025

3) $25^2 = (20 + 5)^2 = 20 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot 5 + 25 = 20 \cdot (20 + 10) + 25 = 20 \cdot 30 + 25 =$
$= 2 \cdot 3 \cdot 100 + 25$

2.170 $26^2 = (25 + 1)^2 = 2 \cdot 3 \cdot 100 + 25 + 2 \cdot 25 \cdot 1 + 1 = 676$, 4 096, 10 816

2.171 $47{,}5^2 = (47 + 0{,}5)^2 = 47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 0{,}5 + 0{,}5^2 = 47 \cdot (47 + 2 \cdot 0{,}5) + 0{,}25 = 47 \cdot 48 + 0{,}25$

2.172 ***a)*** $a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$
b) $c^8 - 8c^7d + 28c^6d^2 - 56c^5d^3 + 70c^4d^4 - 56c^3d^5 + 28c^2d^6 - 8cd^7 + d^8$
c) $w^{11} + 11vw^{10} + 55v^2w^9 + 165v^3w^8 + 330v^4w^7 + 462v^5w^6 + 462v^6w^5 + 330v^7w^4 +$
$+ 165v^8w^3 + 55v^9w^2 + 11v^{10}w + v^{11}$
d) $x^{15} - 15x^{14}y + 105x^{13}y^2 - 455x^{12}y^3 + 1\,365x^{11}y^4 - 3\,003x^{10}y^5 + 5\,005x^9y^6 - 6\,435x^8y^7 +$
$+ 6\,435x^7y^8 - 5\,005x^6y^9 + 3\,003x^5y^{10} - 1\,365x^4y^{11} + 455x^3y^{12} - 105x^2y^{13} + 15xy^{14} - y^{15}$

2.173 ***a)*** $32a^5 + 240a^4b + 720a^3b^2 + 1\,080a^2b^3 + 810ab^4 + 243b^5$
b) $16\,384a^7 - 28\,672a^6b + 21\,504a^5b^2 - 8\,960a^4b^3 + 2\,240a^3b^4 - 336a^2b^5 + 28ab^6 - b^7$
c) $a^7 + 14a^6b + 84a^5b^2 + 280a^4b^3 + 560a^3b^4 + 672a^2b^5 + 448ab^6 + 128b^7$
d) $a^6 - 30a^5b + 375a^4b^2 - 2\,500a^3b^3 + 9\,375a^2b^4 - 18\,750ab^5 + 15\,625b^6$

2.174 11. Zeile

2.175 1, 2, 4, 8, 16 und 32 Die Ergebnisse sind Potenzen mit der Basis 2.

2.176 zB 5. Zeile: $1 - 4 + 6 - 4 + 1 = 0$ Das Ergebnis ist jeweils null.

2.177 ***a)*** Dreiecke ***b)*** Dreiecke ***c)*** Dreiecke

2.178 $3{,}\dot{3}$; 3,5; 6; $\frac{7}{0}$; −10
Für eins ist das nicht möglich, da $1 - 1 = 0$ ergibt und die Division durch null nicht zulässig ist.

2.181 ***a)*** $w \neq 12$ ***b)*** $y \neq 0$ ***c)*** $x \neq -3$ ***d)*** $z \neq 4$

2.182 ***a)*** $w \neq -6$ ***b)*** $x \neq -\frac{7}{10}$ ***c)*** $y \neq \frac{5}{2}$ ***d)*** $z \neq \frac{11}{2}$

2.183 ***a)*** $x \neq -3y$ ***b)*** $x \neq 1{,}8y$ ***c)*** $x \neq -2y$ ***d)*** $x \neq 1{,}5y$

2.184 ***A)*** → ***4)*** ***B)*** → ***6)*** $x/(x + 3)$ ***C)*** → ***2)*** ***D)*** → ***1)*** ***E)*** → ***3)*** ***F)*** $\frac{x}{3} + x$ → ***5)***

2.185 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3a}, \frac{2a + 2b}{ab}, \frac{2}{3}$

2.188 ***a)*** $\frac{2a - 3b}{a}$ ***b)*** $\frac{3a}{1 - 2b}$ ***c)*** $\frac{2b}{1 - 3a}$ ***d)*** $\frac{3a + 2b}{7b^2}$

2.189 ***a)*** $\frac{3}{5a}$ ***b)*** $\frac{11b}{5}$ ***c)*** $\frac{4}{7c}$ ***d)*** $\frac{9d}{4c}$

2.190 ***a)*** $\frac{c^2 - 2cd + d^2}{3c^3}$ ***b)*** $\frac{2e + f - 5f^2}{e}$ ***c)*** $\frac{8r + 7s}{8r - 7s}$ ***d)*** $\frac{5q + 6p}{5q - 6p}$

2.191 ***1)*** Die Zähler 3 und 4 werden miteinander multipliziert und die Nenner 5 und 7 werden miteinander multipliziert.
2) Durch Vertauschen von 4 und 7 wird aus der Division durch $\frac{4}{7}$ eine Multiplikation mit $\frac{7}{4}$. Die Zähler 3 und 7 werden miteinander multipliziert und die Nenner 5 und 4 werden miteinander multipliziert.

2.195 ***1)*** $\frac{9a^3}{7b}$ ***2)*** $\frac{3a^3}{b}$ ***3)*** $\frac{9a^2}{7}$ ***4)*** $\frac{a}{7b}$ ***5)*** $\frac{3a}{49b}$ ***6)*** $\frac{3a^2}{49b^2}$

2.196 ***a)*** $\frac{25ac}{6bd}$ ***b)*** $\frac{2mn}{p}$ ***c)*** $-\frac{4c}{9b^2d^2}$ ***d)*** $\frac{3rt^3u^2}{s}$

2.197 ***a)*** $\frac{a + 3b}{b^2}$ ***b)*** $\frac{1}{hk}$ ***c)*** $\frac{yz^3}{6}$

2.198 – 2.224

2.198 ***a)*** $5y^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$
b) $\frac{14y}{5z}$; $(a + b) \cdot (a - b)$
c) $-10a^2y + 20ay + 12a - 24$; $(a + b) \cdot (a - b)$
d) $\frac{2yz}{2z - 1}$; $(a + b) \cdot (a - b)$

2.199 ***a)*** $\frac{(4e - f)^4}{8e + 2f}$; $(a + b)^2$ und $(a + b) \cdot (a - b)$
b) $5ay - 6$; $(a + b) \cdot (a - b)$
c) $\frac{3g^2 - 6gf + 3f^2}{2g + 2f}$; $(a + b) \cdot (a - b)$ und $(a - b)^3$
d) $4y^2 + 12yz + 9z^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$

2.200 ***a)*** 1; keine Formel notwendig
b) $\frac{5y^2}{10y - 2}$; $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ und $(a + b) \cdot (a - b)$
c) $\frac{3x - 21}{8x}$; $(a - b)^2$ und $(a + b) \cdot (a - b)$
d) $\frac{1}{3y - 7}$; $(a + b) \cdot (a - b)$

2.201 ***a)*** $\frac{1}{16}$; $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ und $(a + b) \cdot (a - b)$
b) $\frac{5a - 2b}{c^2 - 2cd + d^2}$; $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b) \cdot (a - b)$ und $(a - b)^3$

2.202 Es werden individuell zu erstellende Termvereinfachungen verlangt.

2.204 ***a)*** $\frac{14}{b}$ ***b)*** $\frac{19e - f + 11}{3e + 7f}$ ***c)*** $\frac{21g - 27k + 7}{5k - 2}$

2.205 ***a)*** 2 ***b)*** $\frac{-10p + 62}{p + 11}$ ***c)*** 3

2.206 ***a)*** $\frac{4u + 2x}{2u + x^2}$ ***b)*** $\frac{-v + 2vx + x}{v^3 - 4x}$

2.212 ***a)*** $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 3x}$ ***b)*** $\frac{35y^4 + 30y^3 + 28y^2 + 24y}{7y^3 - 106y^2 - 96y}$ ***c)*** $\frac{16z^4 - 1}{4z^5 + 23z^3 - 6z}$

2.213 ***a)*** $\frac{x^3 + 5x^2 - 4xy - 20y}{x^2 + 10x + 25}$ ***b)*** $\frac{20x^3 + 35x^2y^2 + 4xy^4 + 7y^6}{-25x^4 + y^8}$ ***c)*** $\frac{x^2y^4 - x^2y + 3y^4 - 3y^7}{1 - 2y^3 + y^6}$

2.214 ***a)*** Fehler, $\frac{3x}{5y} = \frac{3x^2 + 6x}{5xy + 10y}$ ***b)*** kein Fehler ***c)*** Fehler, $\frac{2x}{x - 1} = \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 1}$ ***d)*** kein Fehler

2.215 ***a)*** $x^4 + x^3 - 42x^2$ ***b)*** $2x^3 + x^2 - 6x$ ***c)*** $50x^4 - 50x^2$

2.216 ***a)*** $15x^2 + 60x - 180$ ***b)*** $2x^3 + 16x^2 + 32x$ ***c)*** $18x^3 - 33x^2 + 12x$

2.217 Die Brüche der Angabe kürzen ergibt $\frac{7}{x} + \frac{8x}{15} - \frac{2}{3x}$. 15x ist das kgV der drei Nenner.
$45x^2$ ist das kgV der drei gegebenen Nenner.
$135x^3$ ist das Produkt der drei gegebenen Nenner.

2.218 ***a)*** $\frac{144d^4 - 342d^3 - 53d^2 + 52}{72d^4}$ ***b)*** $\frac{-27x^3 - 18x^2 + 16x + 6}{162x^3}$

2.219 ***a)*** $\frac{244a^3 - 63a^2 - 16a + 16}{56a^3}$ ***b)*** $\frac{60k^5 - 48k^4 + 25k^3 + 36k^2 + 12}{60k^5}$

2.220 ***a)*** $\frac{5n^2 + 3n - 9}{n + 3}$ ***b)*** $\frac{-8p^2 - 6pq + 3p - q}{4p + 3q}$ ***c)*** $\frac{4r^2 + 7r - 7}{4r - 5}$

2.221 ***a)*** 0 ***b)*** $\frac{50t^4 + 87t^3}{8t + 11}$ ***c)*** $\frac{9u^5 + 17u^6}{4 - u}$

2.222 ***a)*** $\frac{54x^2z + 3x - 20z + 10z^2}{15xz}$ ***b)*** $\frac{9y^2 + 26yz - 32z^3}{18yz}$ ***c)*** $\frac{3x^2 - 58xy - 2y^2}{12xy}$

2.223 ***a)*** $\frac{5r^2 + 37r}{r^2 - 25}$ ***b)*** $\frac{5s^3 + 15s^2 + 4s + 30}{s^2 - 9}$ ***c)*** $\frac{-t^3 - 63t^2 - 4t + 36}{t^2 - 81}$

2.224 ***a)*** $\frac{a^3 + 3a^2 - 5a + 1}{5a}$ ***b)*** $\frac{7b^2 - 2b - ab - 6a}{8b^2 + 16b}$ ***c)*** $\frac{48c^3 - 60c^2 - 35c - 25}{6c - 15}$

2.225 **a)** $\frac{23g^3 + 87g^2h + 21g + 12h}{88g^4 + 33g^2}$ **b)** $\frac{-8h^3 + 13h^2 - 22h - 55}{12h^3 + 30h^2}$ **c)** $\frac{2e^2 - 36e + 22eg - 21g}{15e^3 - 45e^2}$ **d)** $\frac{101h^2 - 5hk - 24k^2}{-60h^2 + 96hk}$ **e)** $\frac{32h - 62hk^2 - 92k^2 + 80}{112k - 21k^3}$ **f)** $\frac{20k^3 - 14k - 3g}{15k^2 - 45gk}$

2.226 **a)** $\frac{14a^2 - 24a - 5}{a^2 - 9}$ **b)** $\frac{b^3 + 3b^2 + 5b - 20}{-b^2 + 16}$ **c)** $\frac{5x^2 + x - 331}{-x^2 + 64}$ **d)** $\frac{2c^3 + 4c^2 + 9c - 19}{c^2 - 4}$ **e)** $\frac{3d^2 + 11d + 19}{d^2 - 25}$ **f)** $\frac{2y^3 - 17y^2 + 80y - 639}{y^3 - 9y^2 + 81y - 729}$ **g)** $\frac{5e^2 + 9e + 1}{e^2 - 1}$ **h)** $\frac{4f^2 + 11f - 42}{f^2 - 36}$ **i)** $\frac{95 - 5z - z^2}{49 - z^2}$

2.227 $\frac{4R_1 - 15\,\Omega}{2R_1^{\,2} - R_1 \cdot 10\,\Omega}$

2.228 **a)** $\frac{25a^2 - 13a - 5}{9a^2 + 6a + 1}$ **b)** $\frac{2b^2 + 10b - 14}{b^2 + 12b + 36}$ **c)** $\frac{3c^2 + 5c + 6}{4c^2 + 4c + 1}$ **d)** $\frac{7d^2 + 23d + 3}{25d^2 + 10d + 1}$ **e)** $\frac{15e^2 + 28e}{e^2 + 14e + 49}$ **f)** $\frac{9f^2 - 4f - 50}{f^2 + 10f + 25}$

2.229 **a)** $\frac{3g - 5}{g^2 - 10g + 25}$ **b)** $\frac{3g - 6}{g^2 - 12g + 36}$ **c)** $\frac{3h - 12}{h^2 - 6h + 9}$ **d)** $\frac{20 - 2k^2}{16 - 8k + k^2}$ **e)** $\frac{6e - 5}{e^2 - 2e + 1}$ **f)** $\frac{-8n^2 + 4n}{n^2 - 16n + 64}$

2.230 **a)** $\frac{r^2 - 9r - 30}{r^3 - 9r}$ **b)** $\frac{3u^3 - 7u^2 - 39u - 32}{9u^3 - 225u}$ **c)** $\frac{2r^3 + r^2 + 2r^2s + rs^2 + s^3}{r^4 - r^2s^2}$ **d)** $\frac{5vx}{v^2 - x^2}$ **e)** $\frac{-2t^4 + 5t^3 + 3t^2 - 27t - 3}{24t^3 - 24t}$ **f)** $\frac{-2w^2x + 6wx - 2wx^2 - w^2 - x^2}{w^2 - x^2}$

2.231 **a)** $\frac{76x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3 + y^4}{16x^4 + 32x^3y + 16x^2y^2}$

b) $\frac{-2k^3 + 5k^3m + 110k^2 + 8k^2m - 10k^2m^2 + 40km - 8km^2 - 40m^2}{20k^4m - 80k^3m^2 + 80k^2m^3}$

c) $\frac{-16x^3 + 60x^3y - 8x^2y + 23x^2y^2 - xy^2 - 11xy^3 - y^4}{144x^3y + 72x^2y^2 + 9xy^3}$

d) $\frac{2p^4 - 11p^3q - 24p^2q - 8p^2q^2 - 104pq^2 + 80pq^3 + 288q^3}{8p^4q - 64p^3q^2 + 128p^2q^3}$

2.232 **a)** $\frac{3m^4 + 15m^3 + 49m^2 + 21m + 8}{24m^4 - 48m^2 + 24}$ **b)** $\frac{3n^4 - 10n^3 + 115n^2 - 350n - 250}{15n^4 - 750n^2 + 9\,375}$

2.233 **a)** $\frac{p^4 + 4p^3 - p^2 + 4p}{p^6 - p^4 - p^2 + 1}$ **b)** $\frac{-q^4 - 20q^3 + q^2 - 500q + 600}{q^6 - 25q^4 - 625q^2 + 15\,625}$ **c)** $\frac{6r^4 + 19r^3 + 57r^2 + 117r + 81}{54r^5 + 162r^4 - 972r^3 - 2\,916r^2 + 4\,374r + 13\,122}$

2.234 $LS = \frac{4 - (1 - 3x) - (1 + 3x)}{2 \cdot (1 - 3x) \cdot (1 + 3x)} = \frac{2}{2 \cdot (1 - 3x) \cdot (1 + 3x)} = RS$

Die linke Seite auf gemeinsamen Nenner bringen und die Zähler zusammenfassen. Kürzen ergibt den Term der rechten Seite.

2.235 $LS = \dots = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{3} = \dots = RS$

Die Summanden der linken Seite zu einem Bruch zusammenfassen und mit $\frac{1}{3}$ multiplizieren. Zerlegen in ein Produkt so, dass ein Faktor $\frac{1}{2}$ ist. Den zweiten Faktor wie auf der rechten Seite anschreiben.

2.236 – 2.263

2.236 **a)** $\frac{6a-14}{7}$ **b)** $\frac{b^4+90}{30b}$ **c)** $\frac{17}{2}$

2.237 **a)** 3mn **b)** $\frac{25-12d^6}{12d^4}$ **c)** $\frac{3e^2+12e}{4}$

2.238 **a)** $\frac{3g^2h}{4g^3+4g^2h-4gh^2-4h^3}$ **b)** $\frac{x^2y}{x^4-2x^2y^2+y^4}$

2.239 **a)** $\frac{x^2+x}{6x+18}$ **b)** $\frac{12-16u+5u^2}{24+2u-5u^2}$

2.241 **a)** $\frac{b^4}{a^4}$ **b)** $\frac{a^2}{b^2}$ **c)** c^2d^2 **d)** $\frac{d}{c}$ **e)** $\frac{4}{5a^4b}$ **f)** $\frac{12}{a^2c^2}$

2.242 **a)** $\frac{b}{a}$ **b)** $\frac{b^2}{a^2}$ **c)** $\frac{c^2}{2d}$ **d)** $\frac{d}{c}$ **e)** cd **f)** $\frac{1}{cd}$

2.243 **a)** $\frac{2b^2c^6xy^6}{5az}$ **b)** $\frac{128y^3z^5}{243b^{10}c^{11}x^5}$ **c)** $\frac{5x^{22}z^{10}}{6d^4e^3f^6y^6}$ **d)** $\frac{23defxyz}{26}$

2.244 **a)** $\frac{a^4+a^3}{4a-4}$ **b)** $\frac{18b}{7b+14}$ **c)** $\frac{1}{9c+18}$ **d)** $2d^2$

2.245 **a)** $\frac{e}{e+1}$ **b)** $\frac{f^2-f}{e-f}$ **c)** $\frac{4fg+2}{g^2-2fg}$ **d)** $\frac{h^2-1}{6h^2-g^3h}$

2.246 $\frac{R_1{}^2+R_1\cdot 50\,\Omega}{2R_1+50\,\Omega}$

2.248 **a)** $\frac{a+1}{a-1}$ **b)** $\frac{4d^2-1}{2d^2+1}$ **c)** $\frac{3g^2-1}{18g^2+1}$ **d)** $\frac{fx^2-1}{fx^3+4x}$

2.249 **a)** $\frac{q-p}{q}$ **b)** $\frac{v}{3}$ **c)** $\frac{u-2t}{u^2-4ut-4t^2}$ **d)** $\frac{r}{r^3-r^2-r+1}$

2.250 $LS = \frac{[(x+1)^2-(x-1)^2]\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+1+x-1)} = \frac{x^2+2x+1-(x^2-2x+1)}{2x} = \frac{4x}{2x} = 2 = RS$

Zähler und Nenner der linken Seite jeweils auf gemeinsamen Nenner bringen und als Bruch anschreiben. Den Doppelbruch auflösen und durch (x^2-1) kürzen. Den Zähler zusammenfassen und den entstandenen Bruchterm kürzen ergibt die rechte Seite.

2.253 **a)** $2z^2+5z-3$ **b)** $2y^2+y-10$ **2.254** **a)** w^2-2w-3 **b)** $v^2-5v+4+\frac{16}{2v+1}$

2.255 **a)** $2t^3-t^2+t+1-\frac{2}{t-4}$ **b)** $2s^3+12s^2+24s+16$

2.256 **a)** $2p^2+p+3$ **b)** $2n^2-5n-4$ **2.257** **a)** $-2h^2-\frac{h}{2}+\frac{1}{4}-\frac{3}{8h-4}$ **b)** c^3-c^2-1

2.258 **a)** $-k^2+2k-3$ **b)** $q^2-3-\frac{2q}{q^3-4}$ **2.259** **a)** $t^3+t+\frac{t}{t^2+1}$ **b)** p^2+p-3

2.260 **a)** $2r^2+r+1-\frac{1}{2r-1}$ **b)** u^2-u-2

2.261 **a)** x^2+2x-4 **b)** $3y^2+9y-6$ **2.262** **a)** $2g^4-3g^2h+7h^2$ **b)** $3c^6-2c^3d-3d^2$

2.263 **1)** $a^5-b^5=(a-b)\cdot(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)$
2) $a^5+b^5=(a+b)\cdot(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$
Beide Polynomdivisionen sind ohne Rest durchführbar. Die beiden Produkte unterscheiden sich nur durch die Rechenzeichen.

2.264 ***1)*** $a^4 - b^4 = (a + b) \cdot (a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)$
2) $a^4 + b^4 = (a - b) \cdot (a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$
Beide Polynomdivisionen sind ohne Rest durchführbar. Die beiden Produkte unterscheiden sich nur durch die Rechenzeichen.

2.265 ***a)*** $\frac{4x + 16}{5}$ ***b)*** $\frac{7}{6 - 3z}$

2.266 ***A)*** -2 im Ergebnis kann nicht stimmen, da $+6 : (+3) = +2$ ergibt.
B) $2m^2$ im Ergebnis kann nicht stimmen, da $2m^3 : 2m = m^2$ ergibt.
C) Das Ergebnis kann nicht stimmen, da zB das Produkt aus dem Ergebnis und dem Divisor nicht $2m^2$, sondern $m^2 \cdot 3 - 2m \cdot 2m = -m^2$ ergibt.

2.267 ***a)*** $6a^3 - 7a^2 - 10a$ ***b)*** $24b^3 - 14b^2 - 18b$

2.268 ***a)*** $xy^4z^2 \cdot (x^4y^2 + 1 - x^2y^4z^3)$ ***b)*** $x^2yz^2 \cdot (y^6z - x^9 + x^6y^3z^4 + x^5y^2)$ ***c)*** $x^8z^7 \cdot (x^3y^4z^2 - x^2 + y^3z^4)$

2.269 ***a)*** a^8b^{-8} ***b)*** a^2b^{15} ***c)*** a^4b^{-3}

2.270 ***a)*** $\frac{8a + 10b}{b}$ ***b)*** $\frac{14y^4 - 5y}{2}$ ***c)*** $\frac{40 - z^2}{720z^2}$

2.271 ***a)*** $4y^6 + \frac{7x^3y^7}{z^2}$ ***b)*** $\frac{3y^2z}{x^4} + \frac{4}{xy^{10}z^2}$ ***c)*** $\frac{12y^2}{x^2} - \frac{9z^3}{xy^3}$ ***d)*** $\frac{6x^3z}{y^2} - \frac{4x^8}{y^{14}z^2}$

2.272 $-355e^2 + 172ef - 22f^2$

2.273 $10f^2 + 190ef - 38e^2$

2.274 ***1)*** $\frac{(x + 1)^2 - x^2 - 1}{2} = \frac{2x}{2} = x$ Verwendet man für die von Monika ausgedachte Zahl die Variable x, so beschreibt der Term $(x + 1)^2 - x^2 - 1$ Monikas Berechnung. Zusammenfassen dieses Terms ergibt 2x. Die von Hannes durchgeführte Division durch 2 ergibt daher die von Monika ausgedachte Zahl x.
2) Es sind individuell weitere Rätsel zu erfinden.

2.275 ***a)*** $\frac{369a^4x^2}{400} + \frac{41y^2}{36}$ ***b)*** $-\frac{91x^2y^2}{16} + \frac{76xy^3b^4}{3} - 20b^8y^4$

2.276 ***a)*** $706a^4 - 716a^3b + 366a^2b^2 - 116ab^3 + 17b^4$ ***b)*** $7c^6 - 36c^4d^2 - 42c^2d^4 + 387d^6$

2.277 ***a)*** $\frac{9x^3}{64} - \frac{7x^2y}{40} + \frac{43xy^2}{150} + \frac{91y^3}{3\,375}$ ***b)*** $-\frac{61a^3}{216} - \frac{139a^2b}{60} + \frac{19ab^2}{50} - \frac{91b^3}{125}$

2.278 Setzt man $a = \frac{3c}{4} + \frac{d}{3}$ und $b = \frac{c}{2} - \frac{2d}{3}$, so erhält man für den ersten Term $a^3 + b^3$ und für den zweiten $(a + b)^3$. Diese beiden Terme sind wegen $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ nicht gleich.

2.279 ***a)*** $\frac{-5a + 6b + 4c}{abc}$ ***b)*** $\frac{5a^2 + 20b^2 - 2c^2}{80abc}$ ***c)*** $\frac{a^2b^2 - 5a^2c^2 + 3b^2c^2}{75abc}$

2.280 ***a)*** $\frac{11bd^2 + 45d}{18ab^3}$ ***b)*** $\frac{-72b^2d + 35e}{126b^4c}$ ***c)*** $\frac{81de + 49df}{126e^2f^2}$

2.281 ***a)*** $\frac{24x^2 + 123x - 35}{8x^2 + 40x}$ ***b)*** $\frac{14y^4 + 64y^3 - 3y - 12}{14y^3 + 56y^2}$ ***c)*** $\frac{1\,780z^2 + 2\,915z + 56}{100z^2 + 160z}$

2.282 ***a)*** 1 ***b)*** $\frac{2a + 2c}{b^2 - ab - bc + ac}$

2.283 ***a)*** $\frac{y + 3}{xy - 3x}$ ***b)*** $\frac{2z - 8}{z^3 + 4z^2}$

2.284 ***a)*** $\frac{-15 - 12xy + 35y - 30y^2}{20x^2 + 100xy + 125y^2}$

Die Nenner $4x^2 + 20xy + 25y^2 = (2x + 5y)^2$ und $10x^2 + 25xy = 5 \cdot x \cdot (2x + 5y)$ haben als kgV $5x \cdot (2x + 5y)^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

b) $\frac{2bc + 10c + c^2}{45b^3 - 30b^2c + 5bc^2}$, Dokumentation analog ***a)***

c) $\frac{42x^2 - 23xz - 46z^2}{196x^2 + 112xz + 16z^2}$, Dokumentation analog ***a)***

d) $\frac{42b + 6bc^3 - 21c + 16c^3 - 3c^4}{48b^2c^2 - 48bc^3 + 12c^4}$, Dokumentation analog ***a)***

2.285 ***a)*** $\frac{e^3}{e^4 - e^3f + ef^3 - f^4}$

Die Nenner $e + f$, $f^2 - e^2 = (-1) \cdot (e - f) \cdot (e + f)$, $e - f$ und $e^3 + f^3$ haben als kgV $(-1) \cdot (e + f) \cdot (e - f) \cdot (e^2 - ef + f^2)$. Das ist der gemeinsame Nenner.

b) 0, Dokumentation analog ***a)***

2.286 ***a)*** $\frac{-9p^2 - 135p^2q^2 + 31pq + 180pq^3 - 22q^2 - 60q^4}{27p^3 - 18p^2q - 12pq^2 + 8q^3}$

Die Nenner $9p^2 - 12pq + 4q^2 = (3p - 2q)^2$, $3p + 2q$ und $9p^2 - 4q^2 = (3p + 2q) \cdot (3p - 2q)$ haben als kgV $(3p + 2q) \cdot (3p - 2q)^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

b) $\frac{-40r^3 + 6r^2 + 14r - 128r^2s - 5rs - 114rs^2 + 9s + 21s^2 - 18s^3}{32r^3 + 48r^2s - 72rs^2 - 108s^3}$, Dokumentation analog ***a)***

2.287 ***a)*** $\frac{5m^4 - 9m^3 + 3m^2 - 8m - 7}{m^3 + m^2 - m - 1}$

Die Nenner $m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2$, $m + 1$ und $m^2 - 1 = (m + 1) \cdot (m - 1)$ haben als kgV $(m + 1)^2 \cdot (m - 1)$. Das ist der gemeinsame Nenner.

b) $\frac{n^4 - 4n^3 + 3n^2 + 9n - 5}{n^3 - n^2 - n + 1}$, Dokumentation analog ***a)***

2.288 ***a)*** $\frac{-3x^2 + 10xy + 27y^2}{10y^2}$

Die Nenner $4x + 12y = 4 \cdot (x + 3y)$ und $4y$ haben als kgV $4y \cdot (x + 3y)$. Das ist der gemeinsame Nenner der Differenz, der mit $5y$ multipliziert wird.

b) $\frac{x^2 - 2xy + 4y^2}{30xy}$, Dokumentation analog ***a)***

2.289 ***a)*** $\frac{10p^2 - pq}{16p^2q - 16q^3}$

Die Nenner 1 und $p + q$ haben als kgV $p + q$. Das ist der gemeinsame Nenner der Differenz. Dieser wird mit $4p^2 - 4q^2$ und mit $32q^2$ multipliziert.

b) $\frac{1 + t^3}{t}$, Dokumentation analog ***a)***

2.290 ***a)*** $-\frac{308m + 220n}{7mn}$

Die gemeinsamen Nenner $7n$ und mn der beiden linken Klammerausdrücke werden miteinander multipliziert und ergeben $7mn^2$. Die gemeinsamen Nenner mn und n der beiden rechten Klammerausdrücke ergeben mn^2. $7mn^2$ und mn^2 haben als kgV $7mn^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

b) $\frac{3mn^2 + 3mn^3 - 4m^2n - 48mn + 36n - 48m + 4m^2n^2 - 36n^2}{4mn^2}$, Dokumentation analog ***a)***

2.291 $\frac{-121p^4 - 13p^2q^2 + 116q^4}{200p^2q^2}$

Die gemeinsamen Nenner 5pq und 20pq der beiden linken Klammerausdrücke werden miteinander multipliziert und ergeben $100p^2q^2$. Die gemeinsamen Nenner 10pq und 20pq der beiden rechten Klammerausdrücke ergeben $200p^2q^2$. $100p^2q^2$ und $200p^2q^2$ haben als kgV $200p^2q^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

2.292 $\frac{-16u^7 - 24u^6 - 297u^5 + 288u^4 + 1\,385u^3 - 107u^2 - 1\,552u - 720}{1\,440u^7 + 2\,160u^6 - 1\,750u^5 - 3\,840u^4 - 1\,440u^3}$

Die Nenner $180u^2 - 320 = 2^2 \cdot 5 \cdot (3u - 4) \cdot (3u + 4)$, $10u^3 = 2 \cdot 5 \cdot u^3$ und $36u^2 + 96u^3 + 64u^4 = 2^2 \cdot u^2 \cdot (4u + 3)^2$ haben als kgV $20u^3 \cdot (3u + 4) \cdot (3u - 4) \cdot (4u + 3)^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

2.293 $\frac{-81v^6 + 27v^5 + 63v^4 + 30v^3 - 4v^2 + v}{243v^5 + 81v^4 - 54v^3 - 18v^2 + 3v + 1}$

Die Nenner $27v^3 + 27v^2 + 9v + 1 = (3v + 1)^3$, $9v^2 - 6v + 1 = (3v - 1)^2$ und $9v^2 - 1 = (3v + 1) \cdot (3v - 1)$ haben als kgV $(3v + 1)^3 \cdot (3v - 1)^2$. Das ist der gemeinsame Nenner.

2.294 $\frac{11w^3 - 16w^2 - 70w - 20}{16w^4 - 64w^3 + 256w - 256}$

Die Nenner $4w^2 - 16w + 16 = 2^2 \cdot (w - 2)^2$, $16w^2 - 64 = 2^4 \cdot (w + 2) \cdot (w - 2)$ und $8w^3 - 48w^2 + 96w - 64 = 2^3 \cdot (w - 2)^3$ haben als kgV $2^4 \cdot (w + 2) \cdot (w - 2)^3$. Das ist der gemeinsame Nenner.

2.295 ***a)*** $\frac{-16a^2 + 16a^2k + 20k + 20}{a + ak}$ ***b)*** $\frac{-90b^4 + 45b^4k + 30k + 60}{8b^3 + 4b^3k}$ ***c)*** $\frac{-3a^2b + 3b + 2}{5b}$

2.296 ***a)*** $\frac{a^3b^4 + 4b^6 - 2a}{a^3b^5}$ ***b)*** $\frac{-77a^3b^5 + 168a^2 + 33ab^3}{154b^4}$ ***c)*** $\frac{16c^4 - 16c^7d^4 + 3d^2}{32c^6d}$ ***d)*** $\frac{-130c^5 - 30c^7d^4 + 45d^6}{192c^3d^2}$

2.297 ***a)*** $\frac{17 + 23x}{5 + 5x}$ ***b)*** $\frac{91y^2 - 8y}{8y + 1}$ ***c)*** $\frac{28x^2 + 139x + 60}{4x + 22}$ ***d)*** $\frac{5 + 2y^2}{1 - 2y}$

2.298 ***a)*** $\frac{4a}{b^3c^5d^8}$ ***b)*** $\frac{25e^{10}fg^3}{8hk^3}$ ***c)*** $\frac{64g^5h^2k^2m^{12}}{125n^5}$ ***d)*** $\frac{3u^6}{2v^2w^{12}x^4y^5}$

2.299 ***a)*** $\frac{2}{25a^2 - 9}$ ***b)*** $\frac{8n^4}{9}$ ***c)*** $\frac{18r^2 - 6r^3}{r^2 + 9}$ ***d)*** $-\frac{1}{8w^3}$

2.300 ***a)*** $2t^3 - t^2 + t + 1 - \frac{2}{t - 4}$ ***b)*** $s^3 - s^2 - 3s + 3 - \frac{24}{s + 4}$

2.301 ***a)*** $h^2 + 2h + 8 + \frac{18}{h - 2}$ ***b)*** $v^3 + \frac{1}{2} + \frac{9}{4v^2 - 6}$

2.302 ***a)*** $(2y^2 - 1) \cdot (2y^4 + y^2 - 6y)$ ***b)*** $(z^2 - 2z + 2) \cdot (2z^3 + 4z^2 + 4z + 1)$

2.303 $(3c^2 + 2c - 16) \cdot (2c^2 - 8c + 36)$

2.304 ***1)*** Der angegebene Term ist kein Binom, sondern ein Trinom.
2) $((2x + 3y) + 4z)^2$ oder $(2x + (3y + 4z))^2$
3) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16xz + 24yz$

2.305 – 2.307

2.305 ***a) 1)*** $LS = \frac{9}{17} = RS$ ***2)*** $RS = \frac{na - 1 + 1}{n \cdot (na - 1)} = \frac{a}{na - 1}$

b) 1) $LS = \frac{21}{94} = RS$

2) $RS = \frac{1}{2n + 1} + \frac{1}{2an + a + n} + \frac{1}{(2n + 1) \cdot (4an + 2a + n)} =$

$$= \frac{(2an + a + n) \cdot (4an + 2a + 2n) + (2n + 1) \cdot (4an + 2a + 2n) + 2an + a + n}{(2n + 1) \cdot (2an + a + n) \cdot (4an + 2a + 2n)} = \frac{4an + 2a + 6n + 3}{(2n + 1) \cdot (4an + 2a + 2n)} =$$

$$= \frac{(2a + 3) \cdot (2n + 1)}{(2n + 1) \cdot (4an + 2a + 2n)} = \frac{2a + 3}{4an + 2a + 2n + 1 - 1} = \frac{2a + 3}{(2n + 1) \cdot (2a + 1) - 1}$$

c) 1) $LS = \frac{10}{17} = RS$ ***2)*** $\frac{n + na - 1 + 1}{n \cdot (na - 1)} = \frac{n \cdot (1 + a)}{n \cdot (na - 1)} = \frac{a + 1}{na - 1}$

2.306 ***1)*** $LS = \frac{399}{20} = RS$ ***2)*** $LS = \frac{ab + 1}{b} \cdot \frac{ab - 1}{a} = \frac{a^2b^2 - 1}{ab}$

2.307 $LS = \frac{\left(\frac{a \cdot (1 + t^2)}{1 - t^2}\right)^2}{a^2} - \frac{\left(\frac{2bt}{1 - t^2}\right)^2}{b^2} = \frac{(1 + t^2)^2}{(1 - t^2)^2} - \frac{4t^2}{(1 - t^2)^2} = \frac{1 + 2t^2 + t^4 - 4t^2}{(1 - t^2)^2} = 1$

Gleichungen und Ungleichungen

3.1 ***1)*** x ... Preis der ersten DVD in Euro, y ... Preis der zweiten DVD in Euro, $x + y = 29{,}70$ €
2) Nein. Man weiß nicht, wie sich die 29,70 € auf beide DVDs aufteilen.
3) 9,90 € und 19,80 €

3.2 Bei ***1), 3), 5)*** und ***6)***. Die Division durch null ist nicht zulässig.

3.4 ***1)*** $2x + 1 = 9 \quad |-1$
$2x = 8 \quad |:2$
$x = 4$

2) $2x + 1 = 9 \quad |:2$
$x + 0{,}5 = 4{,}5 \quad |-0{,}5$
$x = 4$

Lösungsweg ***1)*** ist einfacher, da auf beiden Seiten der Gleichung nur ein Monom dividiert werden muss.

3.7 ***a) 1)*** und ***2)*** $\{\,\}$ ***3)*** und ***4)*** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$
b) 1) $\{\,\}$ ***2), 3)*** und ***4)*** $\{-2\}$
c) 1), 2), 3) und ***4)*** $\{2\}$

3.8 ***1)*** $G = \mathbb{R}$ oder $G = \mathbb{Q} \Rightarrow L = \left\{\frac{11}{2}\right\}$, $G = \mathbb{Z}$ oder $G = \mathbb{N} \Rightarrow L = \{\,\}$
2) $2x + 4 = 2x - 7 \Rightarrow L = \{\,\}$, 4 subtrahieren und durch 2 dividieren ergibt die Gleichung $x = x - 5{,}5$. Es gibt keine Zahl, die diese Gleichung erfüllt.
$2x + 4 = 2x + 4 \Rightarrow L = G$, 4 subtrahieren und durch 2 dividieren ergibt $x = x$. Die Gleichung ergibt für jede Zahl eine wahre Aussage.

3.9 zB $3 = 4 \quad |\cdot 0$ Durch die Umformung $|\cdot 0$ wird aus einer falschen Aussage eine wahre Aussage.
$0 = 0$

3.10 Die Umformung von der 2. auf die 3. Zeile ist eine Division durch $(1 - 1)$ also durch null. Das ist keine Äquivalenzumformung.

3.11 ***a)*** $\{5\}$ ***b)*** $\{12\}$ ***c)*** $\{-11\}$ ***d)*** $\{7\}$ ***e)*** $\{-2\}$

3.12 ***a)*** $\{4\}$ ***b)*** $\{-0{,}2\}$ ***c)*** $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$ ***d)*** $\{0\}$

3.13 ***a)*** $\{10\}$ ***b)*** $\{8\}$ ***c)*** $\{9\}$ ***d)*** $\{7\}$

3.14 ***1)*** $L = \{-6\}$ ***2)*** $L = G$ ***3)*** $L = \{\,\}$

3.15 ***1)*** $2x - 3{,}4 = 0$ ***2)*** $26y - 5 = 0$ ***3)*** $2r - 7 = 0$ ***4)*** $-6x + 1{,}8 = 0$
$a \cdot x + b = 0$, Zahl mal Variable plus oder minus Zahl ist gleich null.

3.17 ***1)*** Nicht linear, a^2 fällt nicht weg.
2) Linear, durch Umformen kann die Gleichung auf die Form $a \cdot x + b = 0$ gebracht werden und ist somit eine lineare Gleichung.
3) Nicht linear, y^2 fällt nicht weg.
4) Linear, das quadratische Monom fällt weg, daher kann die Gleichung auf die Form $a \cdot x + b = 0$ gebracht werden.

3.18 ***a)*** $\{2\}$ ***b)*** $\{1\}$ ***c)*** $\{1\}$ ***d)*** $\{1\}$

3.19 ***a)*** $\{2\}$ ***b)*** $\left\{\frac{3}{5}\right\}$ ***c)*** $\{\,\}$ ***d)*** $\left\{\frac{1}{5}\right\}$

3.20 ***a)*** $\left\{\frac{5}{3}\right\}$ ***b)*** $\{-1\}$ ***c)*** $\{2\}$

3.21 ***a)*** $\{12\}$ ***b)*** $\left\{\frac{15}{2}\right\}$ ***c)*** $\left\{\frac{4}{21}\right\}$ ***d)*** $\left\{\frac{15}{16}\right\}$

3.22 ***a)*** {0,5} ***b)*** {1}

3.23 ***a)*** {2} ***b)*** {1} ***c)*** {0}

3.24 ***a)*** {2} ***b)*** {−4} ***c)*** $L = \mathbb{R}$

3.25 Weg 1: $|+1,\ |\cdot 5,\ |:2$
Weg 2: $|\cdot 5,\ |+5,\ |:2$
Bei Weg 2 muss man beachten, dass bei der Multiplikation mit 5 alle Monome auf beiden Seiten der Gleichung mit 5 multipliziert werden müssen.

3.26 ***a)*** Weg 1: $|:2,\ |+1$ Weg 2: Klammern auflösen, $|+2,\ |:2$ $x = 3{,}5$
b) Weg 1: $|:5,\ |-4,\ |:2$ Weg 2: Klammern auflösen, $|-20,\ |:10$ $b = -\frac{6}{5}$
c) Weg 1: $|-3,\ |\cdot 2$ Weg 2: $|\cdot 2,\ |-6$ $r = 4$
d) Weg 1: $|+4,\ |\cdot 7,\ |:3$ Weg 2: $|\cdot 7,\ |+28,\ |:3$ $x = \frac{21}{2}$

3.27 ***1)*** richtig: $|:4 \Rightarrow x - \frac{3}{4} = 2$ einfacher: $4x - 3 = 8\ |+3 \Rightarrow 4x = 11\ |:4 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$
2) richtig: $|\cdot 5 \Rightarrow x + 10 = 5$ einfacher: $\frac{x}{5} + 2 = 1\ |-2 \Rightarrow \frac{x}{5} = -1\ |\cdot 5 \Rightarrow x = -5$
3) richtig: $|\cdot 6 \Rightarrow 3x + 2 = 24$ einfacher: $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = 4\ |-\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{11}{3}\ |\cdot 2 \Rightarrow x = \frac{22}{3}$

3.28 ***a)*** $\left\{\frac{9}{20}\right\}$ ***b)*** {6}

3.29 ***a)*** {2} ***b)*** $\left\{-\frac{4}{17}\right\}$

3.30 ***a)*** $\left\{\frac{19}{18}\right\}$ ***b)*** $\left\{-\frac{3}{10}\right\}$

3.31 ***a)*** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ ***b)*** $\left\{-\frac{9}{4}\right\}$

3.32 ***a)*** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ ***b)*** {−1}

3.33 ***a)*** {−22} ***b)*** {−2}

3.34 ***a)*** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ***b)*** {−4} ***c)*** {0}

3.35 ***a)*** $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ ***b)*** {0}

3.36 ***a)*** zB $(4x + 1)^2 = 4x \cdot (4x + 5) + 13$, $L = \{-1\}$
b) zB $(2x + 3) \cdot (x - 1) = 4x^2 - 2 \cdot (x + 2)^2 + 13$, $L = \left\{\frac{8}{9}\right\}$ Lösung ist falsch!?

3.38 ***a)*** $\left\{-\frac{45}{2}\right\}$ ***b)*** { } ***c)*** $\left\{-\frac{40}{19}\right\}$ ***d)*** {24}

3.39 ***a)*** {−23} ***b)*** $\left\{-\frac{13}{3}\right\}$ ***c)*** {13} ***d)*** { }

3.40 ***a)*** {−5} ***b)*** {3} ***c)*** {−4}

3.41 ***a)*** {−14} ***b)*** $\left\{-\frac{32}{19}\right\}$ ***c)*** {1}

3.42 ***a)*** $\left\{\frac{11}{2}\right\}$ ***b)*** $\left\{-\frac{13}{3}\right\}$

3.43 ***a)*** $\left\{-\frac{5}{37}\right\}$ ***b)*** {2}

3.44 ***a)***
1.1 3.44a

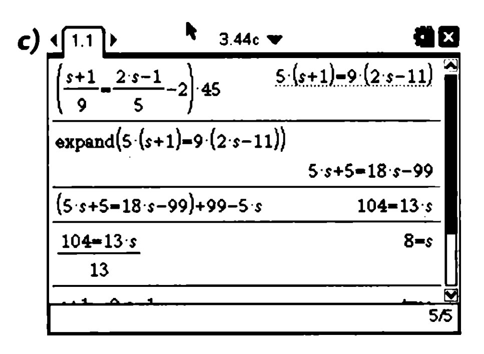
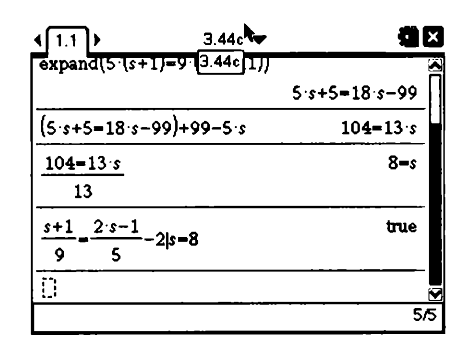
$(2\cdot a+3=3\cdot a+7)-2\cdot a$	$3=a+7$
$(3=a+7)-7$	$-4=a$
$2\cdot a+3=3\cdot a+7 \mid a=-4$	true

3/99

b)
1.1 3.44b

$\left(\frac{x}{9}+2=\frac{2}{5}\right)-2$	$\frac{x}{9}=\frac{-8}{5}$
$\left(\frac{x}{9}=\frac{-8}{5}\right)\cdot 9$	$x=\frac{-72}{5}$
$\frac{x}{9}+2=\frac{2}{5} \mid x=\frac{-72}{5}$	true

3/99

c)  

3.45

$$\frac{x-1}{3} + 2 = \frac{3x-2}{2} + 1 \quad | \cdot 6$$
$$2 \cdot (x-1) + 12 = 3 \cdot (3x-2) + 6 \quad | \text{ ausmultiplizieren}$$
$$2x - 2 + 12 = 9x - 6 + 6 \quad | \text{ zusammenfassen}$$
$$2x + 10 = 9x \quad | \text{ LS 2 herausheben}$$
$$2 \cdot (x+5) = 9x$$

3.46 ***a)*** $2v = 5\,\frac{m}{s}$ ***b)*** $\ell + 2\ell = 6$ m ***c)*** $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} = 12$ ***d)*** $h - 0{,}1h = 220$ m ***e)*** $x + 3x = 40$ km

3.47 ***1) A), E),*** x ... Anzahl der Schülerinnen
2) C), x ... ursprüngliche Zementmasse in kg
3) A), E), x ... Preis der kleinen Pizza in €
4) B), D), x ... ursprüngliche Zahl

3.48 Der Schüler hat die 24 cm^2 zum ohnehin schon größeren Quadrat addiert und diese Seite der Gleichung daher noch größer gemacht. Richtig: $(a + 2)^2 = a^2 + 24$.

3.49 Lösung von Mona: Dann wäre der zweite Teil des Seils 70 cm – 80 cm = –10 cm lang.
Lösung von Andreas: Ein Teil des Seils kann nicht länger sein, als das ganze Seil.

3.50 Die Differenz aus dem Doppelten einer Zahl und drei ergibt fünf. $2x - 3 = 5$
Das Doppelte der Differenz einer Zahl und drei ergibt fünf. $2 \cdot (x - 3) = 5$

3.51 ***1)*** Felix möchte von seinem Taschengeld in drei Monaten 100,00 € ansparen. Im ersten Monat, in dem er Geburtstag hat und deshalb um 30,00 € mehr als sonst bekommt, spart er den gesamten Betrag. Im zweiten Monat gibt er zwei Drittel seines Taschengeldes aus, im dritten Monat spart er wieder das ganze Taschengeld. Damit geht sein Ansparplan auf. Wie hoch ist sein monatliches Taschengeld?
2) Felix erhält 30,00 € Taschengeld pro Monat.
3) Umformen der Gleichung auf die Form $a \cdot x + b = 0$ ergibt: $\frac{7}{3}x - 70 = 0$
Der Koeffizient von x ist $\frac{7}{3}$. Wird der Wert von x um 10,00 € erhöht, dann erhöht sich die Summe um $\frac{7}{3} \cdot 10{,}00$ €, also um 23,33 €.

3.52 7 **3.53** 4 **3.54** 15

3.55 12 **3.56** 2 **3.57** 10

3.59 ***1)*** 144 cm
2) 1. Teil: 164 cm, 2. Teil: 10 cm, 3. Teil: 234 cm
3) Es gibt keine Lösung. Der zweite Teil müsste –20 cm lang sein.

3.60 $F_1 = 1{,}6$ kN, $F_2 = 0{,}8$ kN, $F_3 = 1{,}12$ kN

3.61 ***1) A)*** x steht für den Gewinnanteil des ersten Gesellschafters, der Anteil des zweiten ist damit $\frac{4}{5} \cdot x$, der des dritten $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot x\right) = \frac{8}{15} \cdot x$. Die Summe der drei Anteile ergibt 560 000,00 €.

B) x steht für den Gewinnanteil des zweiten Gesellschafters, das entspricht $\frac{4}{5}$ des Anteils des ersten Gesellschafters. Der Anteil des ersten berechnet sich dann mit $\frac{x}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4} \cdot x$. Der Anteil des dritten Gesellschafters beträgt $\frac{2}{3}$ des Anteils des zweiten, also $\frac{2}{3} \cdot x$. Die Summe der drei Anteile ergibt 560 000,00 €.

Anteile: 240 000,00 €, 192 000,00 € und 128 000,00 €

2) Ja, es verdoppeln sich auch die Gewinnanteile. Umformen der Gleichung aus ***1) A)*** ergibt $\frac{7}{3}x = 560\,000{,}00$ €. Verdoppelt sich die Gewinnsumme, verdoppelt sich automatisch auch der Wert von x, das ist der Anteil des ersten Gesellschafters. Da die anderen beiden Beträge relative Anteile des ersten sind, verdoppeln sich auch diese.

3.62 A: 5 000,00 € B: 4 350,00 € C: 2 244,00 €

3.63 ***1)*** Der zweite Betreiber zahlt am meisten, da der erste Betreiber um einen Absolutbetrag weniger als der zweite zahlt und der dritte bzw. der vierte Betreiber einen relativen Anteil des zweiten bzw. ersten Betreibers zahlen.

1. Betreiber: 105 000,00 €, 2. B.: 455 000,00 €, 3. B.: 227 500,00 €, 4. B.: 35 000,00 €

2) Nein, denn für den ersten und den vierten Betreiber würde das eine Preissteigerung von 27,647... % bedeuten, für den zweiten und den dritten Betreiber aber nur eine Steigerung von 6,380... %. Es müsste der Absolutbetrag, den der erste Betreiber weniger zahlt als der zweite, ebenfalls um 10 % erhöht werden, dann wäre die relative Preissteigerung für alle Betreiber gleich hoch.

3.64 1. Silo: 2,7 t, 2. Silo: 3 t

3.65 x ... Neupreis des Kleinmotorrads, 0,8x ... Preis des gebrauchten Kleinmotorrads, 0,15x ... Wert des alten Motorrads. Aus diesen Überlegungen kann die Gleichung aufgestellt werden: Wert des alten Motorrads + Aufzahlung = gebrauchtes Kleinmotorrad, also: 0,15x + 975,00 € = 0,8x. Lösen ergibt einen Neupreis von x = 1 500,00 €. Das Motorrad, das sich Phillip kaufen möchte, kostet 20 % weniger, also 1 200,00 €. Phillip hat bereits 800,00 € gespart, also fehlen ihm noch 400,00 €, die er für sein altes Motorrad bekommen müsste, das sind ca. 27 % des Neupreises.

3.66 ***1)*** Der Unterschied der Gesamtkosten ist so gering (307,50 € für die großen Platten, 304,00 € für die kleinen Platten), dass man nach anderen Kriterien entscheiden kann, zB geringerer Arbeitsaufwand beim Verlegen der großen Platten oder einfach, welche Lösung besser gefällt.

2) 6 m

3.68 ***1)*** 120 km ***2)*** 22,5 Minuten

3.69 $50 \frac{km}{h}$

3.70 ***1)*** Hinfahrt: $90 \frac{km}{h}$, Rückfahrt: $100 \frac{km}{h}$

Die berechneten Geschwindigkeiten sind realistisch. Auf der Autobahn gilt zwar eine Höchstgeschwindigkeit von $130 \frac{km}{h}$, man muss aber wegen langsamerer Fahrzeuge oft abbremsen, niedrigere Geschwindigkeiten gelten an gefährlichen Stellen.

2) Nein, durch das Erhöhen der Geschwindigkeit auf $110 \frac{km}{h}$ (auf das $1{,}\dot{2}$-fache) wird die Fahrzeit auf das $\frac{2}{1{,}\dot{2}}$-fache reduziert.

3.72

	$\frac{\text{Volumen}}{\text{Tag}}$	Volumen gesamt
Z1	$\frac{V}{3{,}5\,d}$	$\frac{V}{3{,}5\,d} \cdot t$
Z2	$\frac{V}{5\,d}$	$\frac{V}{5\,d} \cdot t$
Z3	$\frac{V}{2{,}4\,d}$	$\frac{V}{2{,}4\,d} \cdot t$

Das Befüllen dauert durch den ersten Zufluss 3,5 Tage, also beträgt das Zuflussvolumen pro Tag $\frac{V}{3{,}5\,d}$. Die gesuchte Befülldauer ist t, also beträgt das Zuflussvolumen durch den ersten Zufluss insgesamt $\frac{V}{3{,}5\,d} \cdot t$. Analog für die anderen beiden Zuflüsse.

Aufstellen der Gleichung: Das Gesamtvolumen ist die Summe der Volumina der drei Zuflüsse.

$\frac{V}{3{,}5\,d} \cdot t + \frac{V}{5\,d} \cdot t + \frac{V}{2{,}4\,d} \cdot t = V \qquad | : V\ (V \neq 0)$

$\frac{1}{3{,}5\,d} \cdot t + \frac{1}{5\,d} \cdot t + \frac{1}{2{,}4\,d} \cdot t = 1 \qquad | \cdot 42\,d$

$12t + 8{,}4t + 17{,}5t = 42\,d \qquad |$ LS zusammenfassen

$37{,}9t = 42\,d \qquad | : 37{,}9$

$t = 1{,}108...\,d \approx 1{,}1\,d$

Probe durch Berechnen der einzelnen Volumenanteile und Kontrolle der Summe:

Z1: $\frac{V}{3{,}5\,d} \cdot 1{,}108...\,d = 0{,}316...\,V$, Z2: $\frac{V}{5\,d} \cdot 1{,}108...\,d = 0{,}221...\,V$, Z3: $\frac{V}{2{,}4\,d} \cdot 1{,}108...\,d = 0{,}461...\,V$

$\Rightarrow 0{,}316...\,V + 0{,}221...\,V + 0{,}461...\,V = V$

3.73 Nein, nach 6,285... h ist das Becken voll.

3.74 ***1)*** 9,477... d ≈ 9,5 d

2) Ob der Einsatz von drei LKWs kostengünstiger ist, hängt von der Änderung der Gesamtkosten je Stunde ab. Wenn diese um weniger als das $\frac{23}{9{,}477...}$-fache = 2,4...-fache zunehmen, ist es kostengünstiger die drei LKWs einzusetzen. Faktoren sind zB ob sich die drei LKWs bei der Arbeit gegenseitig behindern, und ob andere Arbeitsgeräte dadurch besser ausgelastet sind.

3.75 6 h 40 min

3.76 ***1)*** Der Keller ist um ca. 18:11 Uhr leergepumpt. Das Abpumpen dauert 11,190... Stunden.

2) Um ca. 0:43 Uhr des darauffolgenden Tags wäre der Keller leergepumpt gewesen ($17{,}708\dot{3}$ Stunden).

3.77 10 h 35 min

3.79 ***1)*** Falsch, man erhält eine 45 %ige Salzlösung.

2) Richtig, $\frac{10\,\% \cdot 10\,\ell}{20\,\ell} = 5\,\%$.

3) Falsch, der Salzgehalt liegt zwischen 20 % und 40 %.

4) Richtig, die Mischung enthält die Summe der beiden Zinnmengen.

3.80 Zufügen von $583{,}\dot{3}$ kg Kupfer ergibt $833{,}\dot{3}$ kg Bronze.

3.81 $67{,}\dot{7}\,\% \approx 67{,}8\,\%$

3.82 2,228... %

3.83 5,6 kg (30 %ige); 8,4 kg (15 %ige)

3.84 75 mℓ Wasser (durchschnittlicher Salzgehalt des Toten Meeres: 28 %)

3.85 118,367... g ≈ 118 g

3.86 216 kg mit 80 % Zink; 54 kg mit 30 % Zink

3.87 $\frac{5x}{x+2} = 3$, x darf nicht −2 sein.

3.90 ***a)*** $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ ***c)*** $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ ***d)*** $D = \mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$ ***e)*** $D = \mathbb{R}\setminus\{-0{,}1; 0{,}1\}$

3.91 ***a)*** $\frac{2}{x} + \frac{3}{x-2} = 1$, $-\frac{4}{3x} + \frac{3}{2x-4} = x + 3$, $\frac{1}{x} = \frac{2}{x-2}$

b) $\frac{4x}{x+1} = \frac{2}{x-3}$, $\frac{3}{(x+1)\cdot(x-3)} = 1$, $\frac{4}{5x+5} - \frac{3x-2}{x-3} = 1$

c) $\frac{x-4}{x} = \frac{1}{3x+2} - \frac{x}{2x-1}$, $\frac{x}{x\cdot(3x+2)} + \frac{3x}{2x-1} = 1$, $\frac{3}{4x-2} + \frac{7x-1}{x} = \frac{x}{3x+2} + 5$

d) $\frac{x}{x+0{,}3} = \frac{1}{x-5}$, $\frac{x}{(x+0{,}3)\cdot(x-5)} = \frac{1}{2}$, $\frac{x}{2x+0{,}6} - \frac{1}{5-x} = x + 3$

3.92 Beide Lösungswege sind richtig, bei der ersten Variante wurde aber nicht berücksichtigt, dass –1 nicht in der Definitionsmenge enthalten ist. $D = \mathbb{R}\setminus\{-1; 0; 1\}$ und deshalb gilt $L = \{\ \}$.

3.93 ***a)*** $x \neq 0; \{3\}$ ***b)*** $x \neq 0; \left\{\frac{7}{9}\right\}$ ***c)*** $x \neq 0; \left\{\frac{3}{20}\right\}$ ***d)*** $b \neq 0; \left\{\frac{1}{12}\right\}$

3.94 ***a)*** $x \neq \frac{3}{2}; \left\{\frac{15}{8}\right\}$ ***b)*** $b \neq -\frac{5}{3}; \left\{-\frac{11}{7}\right\}$ ***c)*** $b \neq -\frac{3}{2}; \{2\}$ ***d)*** $y \neq \frac{5}{3}; \{5\}$

3.95 ***a)*** $x \neq 0; 1; \{\ \}$ ***b)*** $r \neq 0; 1; \left\{-\frac{8}{7}\right\}$ ***c)*** $a \neq \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \left\{\frac{1}{4}\right\}$ ***d)*** $x \neq -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \{2\}$

3.96 ***a)*** $t \neq -\frac{1}{2}; 1; \left\{-\frac{1}{5}\right\}$ ***b)*** $x \neq -1, \{\ \}$ ***c)*** $r \neq 4; -\frac{5}{2}; \left\{-\frac{35}{27}\right\}$ ***d)*** $c \neq \frac{3}{2}; 2; \left\{-\frac{9}{2}\right\}$

3.97 ***a)*** $x \neq 0; \left\{\frac{12}{7}\right\}$ ***b)*** $b \neq 0; \left\{\frac{5}{8}\right\}$ ***c)*** $s \neq 0; \left\{-\frac{1}{8}\right\}$ ***d)*** $b \neq 0; \left\{\frac{1}{60}\right\}$

3.98 ***1)*** Danielas Vorteil ist, dass die entstehende Gleichung linear ist und sie weniger Klammern ausmultiplizieren muss. Dafür muss sie den kleinsten gemeinsamen Nenner finden.
Stefans Vorteil ist, dass er keine Zeit und kein Können benötigt, um den kleinsten gemeinsamen Nenner zu finden. Dafür ist der weitere Lösungsweg schwieriger und aufwändiger.

2) Danielas Lösungsweg:

$$\begin{aligned} 4\cdot(x+1) - 3 &= 5x && |\ \text{ausmultiplizieren} \\ 4x + 4 - 3 &= 5x && |\ -4x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Stefans Lösungsweg:

$$\begin{aligned} 4\cdot(x^2+x)\cdot(x+1) - 3x\cdot(x+1) &= 5x\cdot(x^2+x) && |\ \text{ausmultiplizieren} \\ (4x^2+4x)\cdot(x+1) - 3x^2 - 3x &= 5x^3 + 5x^2 && |\ \text{ausmultiplizieren} \\ 4x^3 + 4x^2 + 4x^2 + 4x - 3x^2 - 3x &= 5x^3 + 5x^2 && |\ \text{zusammenfassen} \\ x^3 - x &= 0 \end{aligned}$$

3) Abgleichen mit der Definitionsmenge $D = G\setminus\{0; -1\}$ ergibt die Lösungsmenge $L = \{1\}$

3.99 ***a)*** $x \neq -1; \left\{-\frac{4}{3}\right\}$ ***b)*** $x \neq \frac{3}{4}; \{1\}$ ***c)*** $t \neq 2; \left\{\frac{7}{4}\right\}$

3.100 ***a)*** $x \neq 0; 2; \{\ \}$ ***b)*** $a \neq -5; 0; \{-4\}$ ***c)*** $r \neq -3; 0; \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

3.101 ***a)*** $x \neq -2; 2; \{-70\}$ ***b)*** $a \neq 0; 1; \left\{\frac{5}{3}\right\}$ ***c)*** $x \neq -3; 0; \{1\}$

3.102 ***a)*** $b \neq -3, 3; \{-4\}$ ***b)*** $r \neq -4, 4; \{-24\}$ ***c)*** $a \neq -1, 0, 1; \{-2\}$

3.103 ***a)*** $t \neq -3, 0, 3; \left\{\frac{9}{7}\right\}$ ***b)*** $x \neq 0; 4; \{12\}$ ***c)*** $a \neq -\frac{3}{2}; \{-2\}$

3.104 ***a)*** $x \neq -5; 0; 5; \{1\}$ ***b)*** $x \neq -2; 0; 2; \{1\}$

3.105 $\frac{1}{x-2} \neq \frac{1}{2-x}$ und darf deshalb nicht gestrichen werden.

3.106 ***a)*** $r \neq 2; \left\{-\frac{9}{8}\right\}$ ***b)*** $k \neq 2; \{-18\}$ ***c)*** $c \neq -1, 1; \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

3.107 ***a)*** $D = G; \{-3\}$ ***b)*** $a \neq 15; \{17\}$ ***c)*** $s \neq -10; \{60\}$ ***d)*** $b \neq 0; \left\{\frac{1}{3}\right\}$

3.108 ***a)*** $k \neq -1; \{-7\}$ ***b)*** $y \neq 3; \left\{\frac{21}{2}\right\}$ ***c)*** $a \neq -\frac{5}{4}; \{-4\}$ ***d)*** $x \neq -\frac{2}{3}; \{-2\}$

3.109 ***a)*** $x \neq -1, 1; \left\{\frac{1}{3}\right\}$ ***b)*** $z \neq -1; 1; \{3\}$ ***c)*** $x \neq -3; 0, 3; \{\,\}$ ***d)*** $t \neq -2; 0, 2; \left\{-\frac{2}{5}\right\}$

3.110 3

3.111 60 Tage

3.112 $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_{ges} = 6,\dot{6}\ \Omega$

3.113

a	5	3	1	0
x	1,6	$2,\dot{6}$	8	–

$a \cdot x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{a}$

3.115

a	20,00 €	30,00 €	40,00 €
älteste Tochter $(2 \cdot (x + a))$	60,00 €	65,00 €	70,00 €
zweitälteste Tochter $(x + a)$	30,00 €	32,50 €	35,00 €
jüngste Tochter (x)	10,00 €	2,50 €	–5,00 €

Umformen der Gleichung $x + x + a + 2 \cdot (x + a) = 100{,}00\ €$ ergibt $x = \frac{100{,}00\ € - 3a}{4}$. Der Betrag x, den die jüngste Tochter erhält, muss größer als null sein. Daher muss $100{,}00\ € - 3a > 0$ gelten. Daraus folgt, dass $a < \frac{100{,}00\ €}{3} = 33{,}\dot{3}\ €$ sein muss, und es gilt $0 < a \leq 33{,}33\ €$.

3.116 $x = \frac{K - a}{b}$; Magdalena sollte sich für den zweiten Tarif entscheiden. Sie kann damit 200 Minuten telefonieren, beim ersten Tarif nur 150 Minuten.

3.117 ***a)*** $\{a + b\}$ ***b)*** $\{2b - 5a\}$ ***c)*** $\left\{-\frac{5a}{7}\right\}$

3.118 ***a)*** $\left\{-\frac{4a}{9}\right\}$ ***b)*** $\{3a + b\}$

3.119 ***a)*** $b \neq 0$: $\left\{\frac{a-1}{b} - b\right\}$
$b = 0, a = 1$: $L = \mathbb{R}$
$b = 0, a \neq 1$: $\{\,\}$

b) $a \neq 1$: $\left\{\frac{3b - ab}{a - 1}\right\}$
$a = 1, b = 0$: $L = \mathbb{R}$
$a = 1, b \neq 0$: $\{\,\}$

3.120 ***a)*** $b \neq -\frac{5a}{2}$: $\left\{-\frac{ab}{5a + 2b}\right\}$
$a \neq 0, b = -\frac{5a}{2}$: $\{\,\}$
$a = 0, b = 0$: $L = \mathbb{R}$

b) $a \neq 0, a \neq 5$: $\left\{\frac{a^2 - a}{5 - a}\right\}$
$a = 0$: $L = \mathbb{R}$
$a = 5$: $\{\,\}$

3.121 ***a)*** $a \neq -5b$: $\left\{-\frac{ab + 9b^2}{a + 5b}\right\}$
$a = -5b, b = 0$: $L = \mathbb{R}$
$a = -5b, b \neq 0$: $\{\,\}$

b) $a \neq -\frac{3b}{2}$: $\left\{\frac{b^2 - 9a}{4a + 6b}\right\}$
$a = -\frac{3b}{2}$: $\{\,\}$

3.122 ***a)*** $a \neq 0, b \neq 0$: $\left\{\frac{3b}{2a}\right\}$
$a = 0, b \neq 0$: $\{\,\}$

b) $a \neq 0, b \neq 0$: $\left\{\frac{3a^2}{b}\right\}$
$a \neq 0, b = 0$: $\{\,\}$

c) $a \neq 0, a \neq \frac{3}{2b}, b \neq 0$: $\{0\}$
$a \neq 0, a = \frac{3}{2b}, b \neq 0$: $L = \mathbb{R}$

d) $a \neq \frac{10}{3}, b \neq 0$: $\{0\}$
$a = \frac{10}{3}, b \neq 0$: $L = \mathbb{R}$
$b = 0$: $L = \mathbb{R}$

3.123 13 cm; 12 cm; 10 cm
Schneller: Umformen auf $a = \frac{2A}{h} - c$ und Einsetzen von A und h ergibt $a = 19 - c$

3.126 ***1)***

$$\frac{U_1}{R_1 \cdot U_2} = \frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_2} \qquad \left| + \frac{1}{R_2}\right.$$

$$\frac{U_1}{R_1 \cdot U_2} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_a}$$ • LS auf gemeinsamen Nenner bringen

$$\frac{R_2 \cdot U_1 + R_1 \cdot U_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot U_2} = \frac{1}{R_a}$$ • Den Kehrwert bilden

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot U_2}{R_1 \cdot U_2 + R_2 \cdot U_1}$$

2)

$$\frac{U_1}{U_2} + \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{R_a}$$ • LS auf gemeinsamen Nenner bringen

$$\frac{R_2 \cdot U_1 + R_1 \cdot U_2}{R_2 \cdot U_2} = \frac{R_1}{R_a} \qquad |:R_1$$

$$\frac{R_2 \cdot U_1 + R_1 \cdot U_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot U_2} = \frac{1}{R_a}$$ • Den Kehrwert bilden

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot U_2}{R_1 \cdot U_2 + R_2 \cdot U_1}$$

Weitere Möglichkeit:

$$\frac{U_1}{U_2} = R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad | \cdot R_a \cdot R_2 \cdot U_2$$ • Bruchfrei machen

$$R_a \cdot R_2 \cdot U_1 = R_1 \cdot (R_2 \cdot U_2 - R_a \cdot U_2)$$ • Klammern auflösen

$$R_a \cdot R_2 \cdot U_1 = R_1 \cdot R_2 \cdot U_2 - R_a \cdot R_1 \cdot U_2 \qquad | + R_a \cdot R_1 \cdot U_2$$

$$R_a \cdot R_2 \cdot U_1 + R_a \cdot R_1 \cdot U_2 = R_1 \cdot R_2 \cdot U_2$$ • R_a herausheben

$$R_a \cdot (R_2 \cdot U_1 + R_1 \cdot U_2) = R_1 \cdot R_2 \cdot U_2$$ • Durch den Klammerausdruck dividieren

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot U_2}{R_2 \cdot U_1 + R_1 \cdot U_2}$$

3.127 ***1)*** $p = \frac{F}{A}$ ***2)*** Der Druck wird verdoppelt bzw. der Druck wird halbiert. ***3)*** $A = \frac{F}{p}$

3.128 ***1)*** U ... Spannung, R ... Widerstand, I ... Stromstärke
2) R muss durch 3 dividiert werden.
3) $R = \frac{U}{I}$

3.129 ***1)*** gleichschenkliges Dreieck ***2)*** $a = \frac{u-c}{2}$

3.130 $5 = 2 + 3$ | Kehrwert $\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{5}{6}$, falsche Aussage

3.131 ***1)***

$$V = \frac{\gamma r^3 \pi}{12} \cdot (3h - 2r) \qquad \left| : \frac{\gamma r^3 \pi}{12}\right.$$

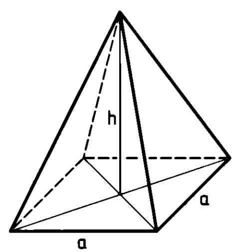
$$\frac{12V}{\gamma r^3 \pi} = 3h - 2r \qquad | + 2r$$

$$\frac{12V}{\gamma r^3 \pi} + 2r = 3h \qquad | : 3$$

$$h = \frac{4V}{\gamma r^3 \pi} + \frac{2r}{3}$$

2) Die Ergebnisse sind identisch, Armin muss nur sein Ergebnis auf den gemeinsamen Nenner $3 \cdot \gamma \cdot \pi \cdot r^3$ bringen und im Zähler 2 herausheben.

3.132 ***1)***



2) Das Volumen vervierfacht bzw. halbiert sich.

3) $a = \sqrt{\frac{3V}{h}}$ Es sind keine Fallunterscheidungen notwendig, da alle vorkommenden Werte größer null sein müssen.

3.133 a, b ... Seitenlängen des Rechtecks, $b = \frac{A}{a}$

3.134 r ... Radius des Kreises, $r = \frac{u}{2\pi}$

3.135 e, f ... Diagonalen des Deltoids, $e = \frac{2A}{f}$

3.136 r ... Radius des Kreises, α ... Mittelpunktswinkel, $\alpha = \frac{b \cdot 180°}{r \cdot \pi}$

3.137 K ... Anfangskapital, p ... Zinssatz, t ... Zinsperiode in Tagen, $p = \frac{Z \cdot 360\,d}{K \cdot t}$

3.138 $a = \frac{u}{2} - b$ **3.139** $b = 2s - a - c$ **3.140** $r = \sqrt{\frac{V}{h \cdot \pi}}$

3.141 $a = \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$ **3.142** $c = \frac{2A}{\rho} - a - b$

3.143 ***1)*** Der Zahlenwert in °F ist höher, da dieser Wert um 32 verringert und die Differenz um den Faktor $\frac{5}{9}$ verkleinert wird.
2) Ja, 100 °F entspricht ca. 38 °C ($37,\dot{7}$ °C).
3) $\frac{\varphi}{°F} = \frac{\vartheta}{°C} \cdot \frac{9}{5} + 32$

3.144 Anwendung: beim Tauchen. Das Produkt aus Druck und Volumen ist konstant. $V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}$

3.145 $T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R}$ **3.146** $m_2 = \frac{F \cdot r^2}{G \cdot m_1}$ **3.147** $a = \frac{v - v_0}{t}$ **3.148** $P_V = P_E - \eta \cdot P_E$

3.149 $v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}$ **3.150** $a = \frac{(s - v_0 \cdot t) \cdot 2}{t^2}$ **3.151** $v_0 = \frac{h}{t} + \frac{g}{2} \cdot t$ **3.152** $\rho = \frac{9 \cdot v \cdot \eta}{2r^2 \cdot g} + \rho'$

3.153 $T_1 = T_2 - \frac{Q}{m \cdot c}$ **3.154** $v_e = \frac{2s}{t} - v_a$ **3.155** $p_0 = \frac{p}{1 + \frac{\vartheta}{273{,}15\,K}}$ **3.156** $\rho = \frac{2 \cdot (c - p)}{v^2 + 2gh}$

3.157 $g = \frac{bf}{b - f}$ **3.158** $m = \frac{k}{4\pi^2 \cdot f^2}$ **3.159** $m_2 = \frac{2Em_1}{m_1 \cdot (v_1 - v_2)^2 - 2E}$ **3.160** $A = \frac{C \cdot d}{\varepsilon}$

3.161 $l = \frac{R \cdot A}{\rho}$ **3.162** $R = \frac{U_0^2}{2P}$ **3.163** $Q_2 = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2 \cdot F}{Q_1}$ **3.164** $f = \frac{U_R}{2\pi \cdot U_C \cdot C_2 \cdot R_1}$

3.165 $I_0 = \sqrt{\frac{2P}{R}}$ **3.166** $L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C}$ **3.167** $R_1 = \frac{U + I_0 \cdot R_2'}{I_1} - R_1' - R_2'$ **3.168** $R_2 = \frac{R \cdot R_3 - R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 - R}$

3.169 $h = \frac{16W_p}{\pi \cdot b^2}$ **3.170** $\Delta\vartheta = \frac{l}{l_0 \cdot \alpha} - \frac{1}{\alpha}$ **3.171** $b = \frac{B \cdot H^3 - 12I}{h^3}$ **3.172** $b = \sqrt{\frac{12I_y}{m} - 3h^2}$

3.173 ***1)*** 2h + b = 63 cm ***2)*** 63 cm ist ungefähr die Schrittlänge eines Erwachsenen. ***3)*** 27 cm

3.174 ***1)*** $\sigma = \frac{F}{r^2\pi}$ ***2)*** $r = \sqrt{\frac{F}{\sigma \cdot \pi}}$

3.175 $m\,\% = \frac{a\,\% + b\,\%}{2}$, m % = a % = b %

3.176 ***1)*** Die Durchbiegung verachtfacht sich.
2) größer; Vergrößerung
3) $4{,}2\dot{6}$ kN

3.177 ***1)*** Q bzw. d halbieren oder ε_0 bzw. A verdoppeln.
2) $A = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot U}$, $\varepsilon_0 = 8{,}854... \cdot 10^{-12}\,\frac{C}{Vm}$, $A = 47{,}058...\,cm^2$

3.178 ***a)*** $h = \frac{3V}{a \cdot b}$ ***b)*** $a = \frac{b^2 - 2b \cdot y_0}{y_0}$

3.179 ***a)*** $x_1 = x - \frac{y - y_1}{k}$ ***b)*** $r = \frac{V}{\pi \cdot h^2} + \frac{h}{3}$

3.180 ***a)*** $a = \frac{r}{2} + \frac{x \cdot r^3 \cdot \pi}{6V}$ ***b)*** $y = \frac{d - ax - cz}{b}$

3.181 ***a)*** $T_1 = T_2 - \frac{q \cdot (m-1)}{c_v \cdot (m-k)}$ ***b)*** $v_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v - m_2 \cdot v_2}{m_1}$

3.182 ***a)*** $N = \frac{9 \cdot (\varepsilon - 1) \cdot K \cdot T}{4\pi \cdot (\varepsilon + 2) \cdot p^2}$ ***b)*** $H = \frac{4\pi \cdot c \cdot P}{(\varepsilon - 1) \cdot \vartheta}$

3.183 ***a)*** $\psi = 9 \cdot \eta \cdot (1 + \beta)$ ***b)*** $i = \frac{8\pi \cdot \mu_0 \cdot B \cdot \sqrt{(r^2 + R^2)^3}}{R^2}$

3.184 ***a)*** $T_1 = \frac{l \cdot (K-1)}{R} + T_2$ ***b)*** $R = \frac{[r \cdot (1 + f_2) + f] \cdot Q + P \cdot f_1 \cdot r}{P}$

3.185 ***a)*** $p_0 = p - \frac{8 \cdot \mu \cdot l \cdot V}{\pi \cdot r^4 \cdot t_0}$ ***b)*** $x_0 = \frac{x}{r+1}$

3.186 ***a)*** $\lambda = (\alpha_0 - \alpha) \cdot \frac{b}{h_1}$ ***b)*** $r = \left(t - \frac{y}{A \cdot f}\right) \cdot c$

3.187 ***a)*** $v = \frac{n^2 \cdot (c_1 - c)}{n^2 - 1}$ ***b)*** $k = \frac{\Delta t}{\Delta t - H \cdot R}$

3.188 ***a)*** $x_0 = \frac{x_1 \cdot y_0 + x_2 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_0}{y_1}$ ***b)*** $\alpha = \frac{R - R_{20}}{R_{20} \cdot (\vartheta - 20\,°C)}$

3.189 ***a)*** $n = \frac{I \cdot R_i}{U - I \cdot R_a}$ ***b)*** $\Delta R = \frac{L}{\tau} - R_1 - k \cdot \Omega_0 \cdot \frac{w_e}{R_m}$

3.190 ***a)*** $d = \frac{d_1 + D}{i - i \cdot \psi} - d_1$ ***b)*** $s = \frac{(K - K_0) \cdot D}{1{,}4K_0} + 0{,}01D$

3.191 ***a)*** $c = \frac{\lambda \cdot v_1}{2\pi \cdot r - \lambda}$ ***b)*** $a = \frac{h \cdot x - a_1 \cdot z}{h - z}$

3.192 ***a)*** $h = \frac{s \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot T}{b \cdot v_1 + b \cdot v_2}$ ***b)*** $K_1 = \frac{\lambda_1 B_1 K_2}{B_2 K_2 - B_1 K_2 + \lambda_2 B_2}$

3.193 ***a)*** $m_e = \frac{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^2 \cdot n_2 \cdot (E_n - E_1)}{e^4 \cdot (n_2 - 1)}$ ***b)*** $\kappa = \frac{I}{4\pi \cdot H - I \cdot \beta}$

3.194 ***a)*** $\vartheta = \frac{\vartheta_2 \cdot c \cdot m + \vartheta_1 \cdot (c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2)}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2 + c \cdot m}$ ***b)*** $M_1 = \frac{a \cdot w \cdot M_2}{6v - 3a \cdot w}$

3.195 ***a)*** $D_2 = \frac{x_1 \cdot D_1}{x \cdot D_1 - x_2}$ ***b)*** $v = \frac{c \cdot (f' - f)}{f'}$

3.196 ***a)*** $v = \sqrt{\frac{2 \cdot (E - h \cdot G)}{m}}$ ***b)*** $s = \frac{(c - v) \cdot (c + v) \cdot t}{2c}$

3.197 ***a)*** $R_3 = \frac{R_4}{V_2} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot V_2} - R_4$ ***b)*** $b = \frac{87}{c} - \frac{a}{\sqrt{3}}$

3.198 ***a)*** $r_1 = \frac{\mu \cdot g \cdot r_2^2 - b \cdot i_2}{(b + \mu \cdot g) \cdot r_2}$ ***b)*** $f = -\frac{u_2 \cdot (z_1 + z_2)}{u_1 \cdot v \cdot z_2 + u_2 \cdot v \cdot z_1}$

3.199 ***a)*** $a = \frac{b \cdot \frac{d^2}{D^2} \cdot Q - b \cdot P}{P + \frac{d^2}{D^2} \cdot P}$ ***b)*** $m = \frac{h \cdot n \cdot M}{2\pi \cdot r^2 \cdot u \cdot M - h \cdot n}$

3.200 ***1)*** Abstand der Erde zum Mond $<$ Abstand der Erde zur Sonne
2) Höhe des Millenium Towers $>$ Höhe des Stephansdoms
3) Reifendruck $\leqslant$ 3 bar
4) Wassertiefe $\leqslant$ 1,45 m
5) Speicherkapazität $\leqslant$ 8 GB

3.201 ***1)*** G ***2)*** F ***3)*** C ***4)*** H ***5)*** A ***6)*** D ***7)*** E ***8)*** B
Multiplizieren mit und Dividieren durch eine negative Zahl dreht das Ungleichheitszeichen um.

3.203 ***a)*** $9 > 6$; $1 > -2$; $12 > 3$; $2 > 0{,}5$
b) $10 < 14$; $2 < 6$; $15 < 27$; $2{,}5 < 4{,}5$
c) $3 > -1$; $-5 > -9$; $-6 > -18$; $-1 > -3$
d) $8 \geqslant 6$; $0 \geqslant -2$; $9 \geqslant 3$; $1{,}5 \geqslant 0{,}5$
e) $0 \leqslant 3$; $-8 \leqslant -5$; $-15 \leqslant -6$; $-2{,}5 \leqslant -1$
f) $4{,}1 \geqslant -0{,}3$; $-3{,}9 \geqslant -8{,}3$; $-2{,}7 \geqslant -15{,}9$; $-0{,}45 \geqslant -2{,}65$

3.204 ***a)*** $-6 < -3$; $-2 < -1$
b) $-1 > -9$; $-\frac{1}{3} > -3$
c) $3 > 1$; $1 > \frac{1}{3}$
d) $-8 < -5$; $-\frac{8}{3} < -\frac{5}{3}$
e) $1{,}5 \geqslant 0{,}6$; $0{,}5 \geqslant 0{,}2$
f) $-4{,}2 \leqslant -2{,}4$; $-1{,}4 \leqslant -0{,}8$

3.205 ***a)*** ***1)*** von rechts nach links anschreiben
3) Multiplikation mit (−1) und von rechts nach links anschreiben
4) Multiplikation mit (−1)
b) ***2)*** Umformung $| -7 + a$
3) von rechts nach links anschreiben
4) Multiplikation mit (−1)

3.206 ***a)*** ***3)*** die x-Werte müssen größer sein als −5, −5 erfüllt die Bedingung nicht;]−5; ∞[
b) ***2)*** die x-Werte müssen kleiner oder gleich 2 sein, 2 erfüllt die Bedingung;]−∞; −2]
c) ***1)*** die x-Werte müssen kleiner sein als −5, −5 erfüllt die Bedingung nicht;]−∞; −5[

3.207 ***1)*** Sie hat die maximale Anzahl der Holzplatten, die sie samt Schrauben für 11,00 € (theoretisch) kaufen kann, berechnet. Es ist nicht angegeben, aus wie vielen Platten ein Werkstück besteht.
2) 2 Holzplatten und 8 Schrauben
3) 10,476 Schrauben ist die für 2,619... Platten benötigte Anzahl. Da Claudia 2 Platten kauft, ist die Anzahl niedriger.

3.208 ***1)*** $\ell \leqslant 140$ cm, $b \leqslant 110$ cm ***2)*** Ja, er kann max. 1,54 m^2 einzäunen.

3.209 ***1)*** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geqslant 4\}$ ***2)*** $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3{,}\dot{3}\}$

3.210 bis **3.219**: Auf die grafische Darstellung der Lösungsmenge wird verzichtet.

3.210 ***a)***]−∞; 3] ***b)***]− ∞; 2[

3.211 ***a)***]−∞; 4] ***b)*** [0; ∞[

3.212 ***a)***]4; ∞[***b)***]−∞; 0[

3.213 ***a)*** $\left]-\infty; \frac{7}{11}\right]$ ***b)*** $\left]-\frac{7}{2}; \infty\right[$

3.214 ***a)*** $\left]\frac{32}{5}; \infty\right[$ ***b)***]−∞; 9[

3.215 ***a)*** $\left]\frac{72}{7}; \infty\right[$ ***b)***]−∞; 2]

3.216 ***a)*** $\left[\frac{11}{4}; \infty\right[$ ***b)***]−∞; 2[

3.217 ***a)***]−∞; −8[***b)*** $\left[\frac{15}{8}; \infty\right[$ ***c)***]−∞; 11[***d)*** $\left]-\infty; -\frac{5}{3}\right]$

3.218 ***a)***]−∞; −6[***b)*** $\left]-\infty; \frac{23}{2}\right[$ ***c)*** $\left]-\infty; -\frac{19}{20}\right]$ ***d)***]−∞; 0[

3.219 ***a)*** $L = \mathbb{R}$ ***b)*** $\left]\frac{7}{6}; \infty\right[$ ***c)*** [−17; ∞[

3.220 L =]−∞; 0[∪]3; ∞[
Bei $x \geqslant 0$ bleibt das Ungleichheitszeichen gleich, bei $x < 0$ wird es umgedreht.

3.221 ***a)*** ***1)*** L_1 bzw. L_4 ***2)*** L_2 ***b)*** ***1)*** L_3 ***2)*** L_1

3.222 – 3.244

3.222 ***a)*** 1 2 3 4 5 6 $\quad]2; 4[$

b) −1 0 1 2 3 4 5 6 $\quad]-\infty; 1[$

c) grafische Darstellung und Intervallschreibweise nicht möglich

3.223 ***a) 1)*** $\{\,\}$ ***2)*** $]-3; 4[$ ***b) 1)*** $]-2; 1]$ ***2)*** $]-\infty; 3[$ ***c) 1)*** L_1 ***2)*** L_2

3.225 ***1), 3)*** und ***4)*** Keine Fallunterscheidung notwendig. Die Ungleichung wird beim Umformen nicht mit einer Variablen multipliziert.
2), 5) Fallunterscheidung notwendig. Die Ungleichung wird mit x multipliziert.

3.226 bis **3.230**: Auf die grafische Darstellung der Lösungsmenge wird verzichtet.

3.226 ***a)*** $x \neq -1; \left]-\frac{1}{3}; \infty\right[\cup]-\infty; -1[$ ***b)*** $a \neq 3;]3; 3{,}125]$ ***c)*** $z \neq \frac{1}{3}; \left]\frac{1}{3}; \frac{3}{5}\right[$ ***d)*** $x \neq 0; \left]0; \frac{35}{12}\right]$

3.227 ***a)*** $a \neq 5;]5; 10]$ ***b)*** $x \neq \frac{1}{2}; \left]\frac{1}{2}; \frac{15}{28}\right[$ ***c)*** $x \neq -\frac{1}{2}; \left]-\frac{1}{2}; \frac{3}{22}\right]$ ***d)*** $z \neq -\frac{3}{5}; \left[\frac{3}{23}; \infty\right[\cup \left]-\infty; -\frac{3}{5}\right[$

3.228 ***a)*** $x \neq 0; \left]0; \frac{1}{2}\right[$ ***b)*** $a \neq \frac{3}{2}; \left[\frac{16}{11}; \frac{3}{2}\right[$ ***c)*** $a \neq 5; \left[\frac{11}{13}; 5\right[$ ***d)*** $x \neq -1;]-1; 2[$

3.229 ***a)*** $x \neq 1;]-\infty; 0[\cup]1; \infty[$ ***b)*** $b \neq 2;]0; 2[$ ***c)*** $x \neq \frac{6}{5}; \left]-\frac{9}{7}; \frac{6}{5}\right[$ ***d)*** $z \neq 0; L = \{\,\}$

3.230 ***a)*** $a \neq -\frac{1}{2}; 2; \left]-\frac{7}{4}; -\frac{1}{2}\right[\cup]2; \infty[$ ***c)*** $x \neq -1; 0;]-1; 0[\cup \left]\frac{5}{7}; \infty\right[$
b) $a \neq \frac{3}{4}; \frac{6}{5}; \left[-6; \frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{6}{5}; \infty\right[$ ***d)*** $x \neq 0; \frac{2}{3}; \left[-\frac{8}{3}; 0\right[\cup \left]\frac{2}{3}; \infty\right[$

3.231 $L = \{-3; 3\}$

3.233 ***a) 3)*** Fall 1: $x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4$, Fall 2: $x - 1 = -3 \Rightarrow x = -2$
b) 4) Fall 1: $2x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$, Fall 2: $2x + 3 = -5 \Rightarrow x = -4$

3.234 Der Betrag des Terms $3x + 4$ ist auf jeden Fall positiv und kann daher nicht −6 sein.

3.235 ***a)*** $\{-5; 1\}$ ***b)*** $\left\{-\frac{85}{12}; -\frac{35}{12}\right\}$ ***c)*** $\{-9; 7\}$ ***d)*** $\left\{-\frac{11}{6}; \frac{29}{6}\right\}$

3.236 ***a)*** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ***b)*** $\left\{\frac{3}{4}\right\}$ ***c)*** $\{\,\}$ ***d)*** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

3.237 ***a)*** $\{-2; 4\}$ ***b)*** $\{3\}$ ***c)*** $\{\,\}$ ***d)*** $\left\{\frac{3}{10}; \frac{1}{2}\right\}$

3.239 ***4)*** ist richtig.
Fall 1: $x - 1 > 0 \wedge x - 1 < 4 \Rightarrow L_1 = [1; 5[$, Fall 2: $x - 1 < 0 \wedge -(x - 1) < 4 \Rightarrow L_2 =]-3; 1[$
Die Lösungsmenge ist die Vereinigung $L_1 \cup L_2 =]-3; 5[$.

3.240 $|x| \geqslant 3$

3.241 ***a)*** $]-5; 3[$ ***b)*** $[-3; 9]$ ***c)*** $]-\infty; -2[\cup \left]\frac{4}{3}; \infty\right[$ ***d)*** $\left]-\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right[$

3.242 ***a)*** $\left]-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; \infty\right[$ ***b)*** $\left[-\frac{5}{4}; \frac{11}{4}\right]$ ***c)*** $\left]-\frac{31}{12}; \frac{23}{12}\right[$ ***d)*** $\left]-\infty; -\frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{1}{12}; \infty\right[$

3.243 ***a)*** $]-\infty; -2] \cup [2; \infty[$ ***b)*** $\left]-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right[$ ***c)*** $\left]-\infty; -\frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{3}{4}; \infty\right[$ ***d)*** $\left[-\frac{8}{15}; \frac{8}{15}\right]$

3.244 ***a)*** $]-8; 4[$ ***b)*** $\left[-\frac{1}{28}; \frac{55}{28}\right]$ ***c)*** $\left]-\infty; -\frac{23}{2}\right] \cup \left]\frac{5}{2}; \infty\right[$ ***d)*** $\left]-\infty; -\frac{39}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right[$

3.245 ***1)*** Für das Regal werden doppelt so viele Regalböden wie Seitenteile benötigt.
2) Das Regal besteht aus insgesamt zehn Einzelteilen.
3) Ein Seitenteil kostet 10,00 €, ein Regalboden 8,00 €. Insgesamt soll das Regal nur 52,00 € kosten.

3.246 ***1)*** Anzahl der Stühle ***2)*** $\mathbb{N}^*$

3.247 ***1)***, ***2)*** und, vorausgesetzt $x \neq 0$, auch ***4)*** sind Äquivalenzumformungen. Sie verändern die Lösungsmenge nicht.
3) ist keine Äquivalenzumformung, da mit der Umformung „mal null" aus jeder Gleichung eine wahre Aussage gemacht wird.
5) ist keine Äquivalenzumformung, da zB aus der Gleichung $x = 4$ und aus der Gleichung $x = -4$ dieselbe Gleichung $x^2 = 16$ wird.

3.248 ***a)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}; \{-1\}$ ***c)*** $D = \mathbb{R}; \left\{\frac{1}{18}\right\}$

3.249 ***a)*** $D = \mathbb{R}; \{35\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}; \left\{\frac{18}{5}\right\}$ ***c)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{3}{40}\right\}$

3.250 ***a)*** $a \neq 0; \left\{\frac{1}{8}\right\}$ ***b)*** $x \neq 0; \left\{\frac{5}{12}\right\}$ ***c)*** $b \neq 0; \left\{\frac{6}{7}\right\}$

3.251 ***a)*** $D = \mathbb{R}; \left\{\frac{1}{13}\right\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{10}{13}\right\}$

3.252 ***a)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{2}{5}\right\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}; \{0\}$

3.353 ***a)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{17}{11}\right\}$ ***b)*** $D = \mathbb{R}; \left\{\frac{61}{44}\right\}$ ***c)*** $D = \mathbb{R}; \left\{-\frac{13}{2}\right\}$

3.254 ***a)*** $x \neq \frac{5}{4}, \frac{3}{2}; \left\{\frac{4}{5}\right\}$ ***b)*** $r \neq \frac{3}{5}, \frac{2}{3}; \left\{\frac{11}{20}\right\}$ ***c)*** $a \neq \frac{5}{4}; 2; \{23\}$

3.255 ***a)*** $x \neq -1; 0; 1; \left\{\frac{1}{2}\right\}$ ***b)*** $g \neq -2; 2; \{\,\}$ ***c)*** $x \neq -1; \left\{-\frac{15}{8}\right\}$

3.256 ***a)*** $\{a - b\}$ ***b)*** $\{7a - 4b\}$ ***c)*** $\left\{\frac{5a - 5b}{4}\right\}$ ***d)*** $\left\{\frac{6a - 7b}{8}\right\}$

3.257 ***a)*** $a \neq \frac{5b}{6}$: $\left\{-\frac{13ab}{6a - 5b}\right\}$
$a = \frac{5b}{6}, b = 0$: $L = D$
$a = \frac{5b}{6}, b \neq 0$: $L = \{\,\}$

b) $a \neq -4b$: $\left\{\frac{b^2 - 2a}{4b + a}\right\}$
$a = -4b, b = 0$ oder $b = -8$: $L = D$
$a = -4b, b \neq -8, b \neq 0$: $L = \{\,\}$

3.258 38 cm, 135 cm, 27 cm

3.259 40 kg

3.260 4,4 % Zinn. Ja, beide Mengen werden mit 1,5 multipliziert, der relative Zinngehalt bleibt gleich.

3.261 ***1)*** 1. Firma: 97 500,00 €, 2. Firma: 32 500,00 €, 3. Firma: 90 000,00 €
2) Die Mieteinnahmen werden im Verhältnis der Renovierungskosten aufgeteilt. Die Aufteilung ist daher gerecht.

3.262 2 000 kg, 4 000 kg, 2 400 kg

3.263 Benzin: 0,962... $\ell \approx$ 0,96 ℓ, Öl: 0,037... $\ell \approx$ 0,04 ℓ

3.264 8 Tage

3.265 ***a)*** Die Gleichung gibt an, wie lange es dauert, bis die beiden Firmen gemeinsam die erforderliche Menge produziert haben.
b) 7,2 Tage ***c)*** 24 Tage

3.266 61,904... min ≈ 62 min

3.267 74,865 ℓ Farbe, 0,145 ℓ Abtönung

3.268 ***a)*** $\rho_0 = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu) \cdot C_t^2}$ ***b)*** $Q = \frac{2\tau \cdot b \cdot h^3}{3 \cdot (h^2 - 4z^2)}$

3.269 ***a)*** $M_t = \frac{\tau_{max} \cdot d \cdot A}{4} - \frac{d \cdot Q}{3}$ ***b)*** $\alpha = \frac{R - R_0}{(\vartheta - \vartheta_0) \cdot R_0}$

3.270 ***1)*** $\alpha = 180°$: Halbkreisfläche, $\alpha = 360°$: Fläche des gesamten Kreises
2) $\alpha = \frac{360° \cdot A}{r^2\pi}$, $\alpha = 90°$

3.271 ***a)*** $2 < 10$ ***b)*** $-4{,}4 < -2{,}2$ ***c)*** $-1 > -2$ ***d)*** $-8 > -9$

3.272 ***a)*** $\left\{-\frac{17}{2}; -\frac{7}{2}\right\}$ ***b)*** $\left\{-\frac{35}{6}; -\frac{7}{6}\right\}$ ***c)*** $\left\{\frac{2}{5}; 4\right\}$ ***d)*** $\left\{\frac{5}{19}; \frac{5}{11}\right\}$

3.273 Ungleichung ***2)***

3.274 bis **3.277**: Auf die grafische Darstellung wird verzichtet.

3.274 ***a)***
$(a + 4) \cdot (a + 5) < (a - 3) \cdot (a + 12)$ • Klammern auflösen und zusammenfassen
$a^2 + 9a + 20 < a^2 + 9a - 36 \quad | -a^2 - 9a$
$20 < -36$, f.A. $\Rightarrow L = \{\ \}$ • falsche Aussage

b) $L =]11; \infty[$, Dokumentation analog zu ***a)***

3.275 ***a)***
$\frac{4s + 1}{2} + 3 < \frac{s - 1}{3} \quad | \cdot 6$ • Ungleichung bruchfrei machen
$3 \cdot (4s + 1) + 18 < 2 \cdot (s - 1)$ • Klammern auflösen und zusammenfassen
$12s + 21 < 2s - 2 \quad | -2s - 21$
$10s < -23 \quad | : 10$
$s < -2{,}3 \Rightarrow L =]-\infty; -2{,}3[$

b) $L = \left]-\infty; \frac{41}{3}\right[$, Dokumentation analog zu ***a)***

c) $L = \left]-\infty; \frac{5}{7}\right]$, Dokumentation analog zu ***a)***

d) $L =]-\infty; -1[$, Dokumentation analog zu ***a)***

3.276 ***a)***
$\frac{1}{y + 3} < 4 \quad | \cdot (y + 3)$ • Definitionsmenge: $y \neq -3$
• Ungleichung bruchfrei machen

Fallunterscheidung:

Fall 1: $y + 3 > 0 \Rightarrow y > -3$
$1 < 4 \cdot (y + 3)$
$y > -\frac{11}{4}$
$L_1 = \left]-\frac{11}{4}; \infty\right[$

Fall 2: $y + 3 < 0 \Rightarrow y < -3$
$1 > 4 \cdot (y + 3)$
$y < -\frac{11}{4}$
$L_2 =]-\infty; -3[$

$L = L_1 \cup L_2 =]-\infty; -3[\cup \left]-\frac{11}{4}; \infty\right[$

b) $b \neq \frac{4}{3}$, $L_1 = \left]\frac{4}{3}; 2\right]$, $L_2 = \{\ \}$, $L = L_1 \cup L_2 = L_1$, Dokumentation analog zu ***a)***

c) $s \neq \frac{2}{3}$, $L_1 = \{\ \}$, $L_2 = \left[-\frac{3}{8}; \frac{2}{3}\right[$, $L = L_1 \cup L_2 = L_2$, Dokumentation analog zu ***a)***

d) $c \neq -4$, $L_1 = [1; \infty[$, $L_2 =]-\infty; -4[$, $L = L_1 \cup L_2 =]-\infty; -4[\cup [1; \infty[$, Dokumentation analog zu ***a)***

3.277 ***a)*** $|u - 1| < 5$

Fallunterscheidung:

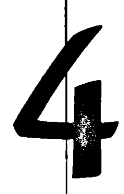
Fall 1: $u - 1 \geqslant 0$	$\mid +1 \Rightarrow u \geqslant 1$	Fall 2: $u - 1 < 0$	$\mid +1 \Rightarrow u < 1$
$u - 1 < 5$	$\mid +1$	$-(u - 1) < 5$	$\mid \cdot (-1)$
$u < 6$		$u - 1 > -5$	$\mid +1$
$L_1 = [1; 6[$		$u > -4$	
		$L_2 =]-4; 1[$	

$L = L_1 \cup L_2 =]-4; 6[$

b) $L_1 = \left[-\frac{13}{5}; \infty\right[$, $L_2 = \left]-\infty; -\frac{17}{5}\right]$, $L = L_1 \cup L_2 = \left]-\infty; -\frac{17}{5}\right] \cup \left[-\frac{13}{5}; \infty\right[$, Dokumentation analog zu **a)**

c) $L_1 = [-2; 3]$, $L_2 = [-7; -2[$, $L = L_1 \cup L_2 = [-7; 3]$, Dokumentation analog zu **a)**

d) $L_1 =]1; \infty[$, $L_2 = \left]-\infty; \frac{1}{5}\right[$, $L = L_1 \cup L_2 = \left]-\infty; \frac{1}{5}\right[\cup]1; \infty[$, Dokumentation analog zu **a)**



Geometrie der Ebene

4.1 ***1)*** Punkt, Gerade, Winkel, Strecke
2) a) Gerade ***b)*** spitzer Winkel ***c)*** Strahl ***d)*** rechter Winkel ***e)*** Strecke ***f)*** stumpfer Winkel ***g)*** parallele Geraden

4.4 ε und φ sind gleich groß. $\varphi = \varepsilon$

4.5 ***a)*** $25{,}8\dot{3}°$ ***b)*** $67{,}75\dot{6}°$ ***c)*** $123{,}5\dot{6}°$ ***d)*** $136{,}106...°$ ***e)*** $220{,}506\,\dot{1}°$

4.6 ***a)*** 43° 39′ ***b)*** 20° 12′ ***c)*** 78° 21′ 50,4″ ***d)*** 124° 30′ ***e)*** 245° 33′ 43,2″

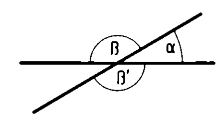
4.7 ***a)*** 0,9° ***b)*** $22{,}\dot{2}^g$ ***c)*** $111{,}\dot{1}^g$ ***d)*** 81° ***e)*** 91,8° ***f)*** $305{,}\dot{5}^g$ ***g)*** 360° ***h)*** 324° ***i)*** $149{,}3\dot{4}^g$ ***j)*** 279,960 3°

4.8 ***a)*** 315°, erhabener Winkel ***b)*** 202,5°, erhabener Winkel ***c)*** 45°, spitzer Winkel ***d)*** 112,5°, stumpfer Winkel ***e)*** 180°, gestreckter Winkel

4.9 ***1)*** 78° und 168° ***2)*** 65,5° und 155,5° ***3)*** 37,9° und 127,9° ***4)*** 52° und 142° ***5)*** 13° und 103°

4.10 ***a)*** $\alpha = 60°$, Parallelwinkel zu 120°; $\beta = 120°$, Z-Regel mit 120°
b) $\alpha = 60°$, komplementär zu 30°; $\beta = 120°$, $\gamma = 60°$, $\delta = 120°$, Z-Regel und Parallelwinkel zu α
c) $\alpha = 130°$, Z-Regel mit 130°; $\beta = 35°$, Winkelsumme eines Dreiecks mit α und mit 15°
d) $\alpha = 20°$, Normalwinkel zu 20°; $\beta = 70°$, Summe zweier Winkel im rechtwinkligen Dreieck mit α
e) $\alpha = 15°$, Z-Regel mit 25° und Summe zweier Winkel mit 25° und 40°
f) $\alpha = 50°$, $\beta = 50°$, komplementär zu 40°; $\gamma = 40°$, Z-Regel

4.11 Der Scheitelwinkel β' des Supplementärwinkels β von α ist ein weiterer Supplementärwinkel.



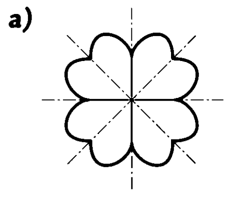
4.12 zwei

4.13 Der Winkel, von dem ursprünglich ausgegangen wird.

4.14 ***1)*** A, B, D und E gleiche Form und Größe, C nur gleiche Form
2) A Spiegelung
B Drehung bzw. Spiegelung und Schiebung
C zentrische Streckung
D Drehung und Schiebung
E Schiebung

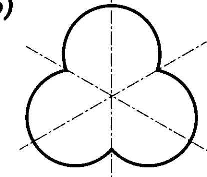
4.15 332 km; 4,15 cm; es wird der in der Abbildung angegebene Maßstab verwendet.

4.18 ***a)***

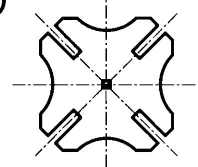


b)





c)



d) keine Symmetrieachse

4.19 1 : 600 000

4.20 ***a)*** $85{,}\dot{3}$ cm ≈ 85 cm, 2 ***b)*** 44,137... cm ≈ 44 cm, 0 ***c)*** 22,068... cm ≈ 22 cm, H0 ***d)*** 12 cm, N

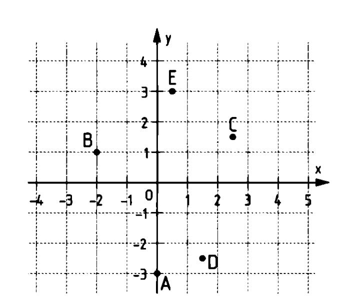
4.21 ***a)*** 5 km ***b)*** 41,405 m

4.22 D, F, C, A, B, E; B, E vergrößern; A, C, D, F verkleinern

4.23 Bratislava – Merkur, Duisburg – Jupiter, Kandahar – Neptun
Den recherchierten Abstand Erde – Sonne durch den in einer Karte gemessenen Abstand Wien – Graz dividieren, ergibt den Umrechnungsfaktor zur Umrechnung des Planetenabstands in den Abstand in der Karte. Man erhält in etwa denselben Faktor, wenn man Saturn – Sonne und Wien – Helsinki verwendet. Den recherchierten Abstand Merkur – Sonne durch den Umrechnungsfaktor dividieren, ergibt die dem Planeten Merkur entsprechende Entfernung von Wien. Den Abstand als Radius in einen Zirkel nehmen und einen Kreis mit Wien als Mittelpunkt zeichnen. Eine auf dem Kreis liegende Stadt angeben. Analoge Vorgehensweise ergibt Städte für Neptun bzw. Jupiter.

4.24 Der Schnittpunkt I ist von a, b und c gleich weit entfernt. Die Winkelsymmetrale von ∢ ac geht ebenfalls durch I.

4.25 A liegt auf der y-Achse,
B im 2. Quadranten,
C im 1. Quadranten,
D im 4. Quadranten und
E liegt im 1. Quadranten.



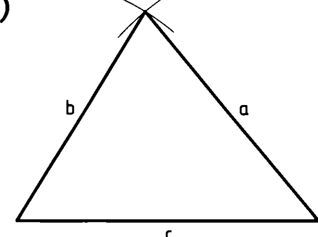
4.26 ***a)*** A: St. Jakob in Defreggen, B: Thal, C: Silian, D: St. Johann i. W.
b) Lienz(5|−1), Matrei(1,9|2,7), Großglockner(4,1|4), Großvenediger(−0,6|0,2)

4.27 Abbildung siehe Buch
1) $\alpha = \alpha_1$ bzw. $\beta = \beta_1$
α und α_1 sind Parallelwinkel („Z-Regel") und daher gleich groß. Analog für β und β_1.
2) 180° ***3)*** $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

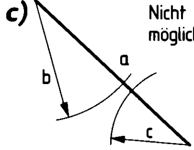
4.29 ***a)*** Nein. Die Summe der drei Winkel ist größer als die Innenwinkelsumme eines Dreiecks.
b) Ja. Die Summe der drei Winkel ist 180°, das ist die Innenwinkelsumme eines Dreiecks.
c) Nein. Die Summe der drei Winkel ist kleiner als die Innenwinkelsumme eines Dreiecks.

4.30 ***a)*** 56° ***b)*** 99° ***c)*** 74°

4.31 ***a)***



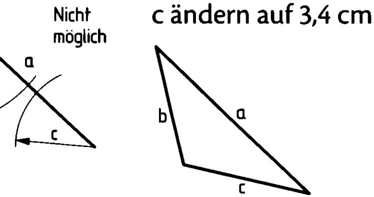
c)



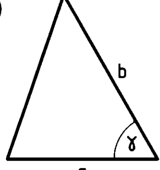


Nicht möglich

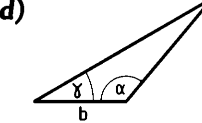
c ändern auf 3,4 cm



b)



d)

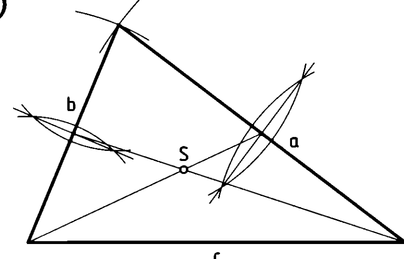


4.32 Ja. Dreiecke mit zwei gleich langen Seiten sind gleichschenklige Dreiecke. Der SSW-Satz lautet in diesem Fall: Zwei gleichschenklige Dreiecke sind kongruent, wenn die beiden Schenkel und der einem der beiden Schenkel gegenüber liegende Winkel übereinstimmen. Das ist eine wahre Aussage.

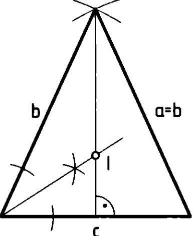
4.33 ***a)*** $a = 5$ cm, $b = c = 10$ cm; $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, 10 cm
b) $c = 10$ cm, $h_c = 20$ cm; $a = 5$ cm, $b = 40$ cm, $\gamma = 90°$
c) $a = b = 10$ cm, $\gamma = 90°$; $a = b = 2$ km, $\gamma = 90°$
d) $a = 30$ mm, $b = 44$ mm, $c = 26$ mm; $a = 48$ mm, $b = c = 26$ mm

4.34 ***a)*** Die Winkelsumme beträgt 180°. Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist einer der drei Winkel 90°. Die Summe der beiden anderen Winkel muss 90° betragen, daher muss jeder der beiden kleiner als 90°, also ein spitzer Winkel sein.
b) Ein Dreieck ist gleichseitig, wenn alle drei Winkel gleich groß sind. Ist $\beta = 45°$, dann müsste auch $\alpha = 45°$ und $\gamma = 45°$ sein. Die Winkelsumme wäre dann $3 \cdot 45° = 135°$ und nicht 180°.

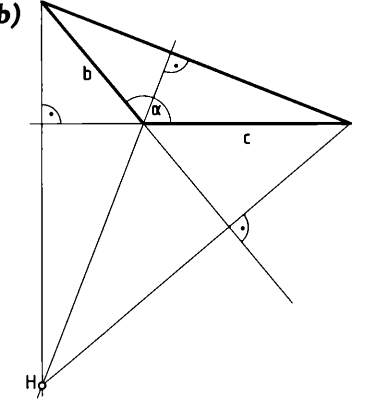
4.35 ***a)***



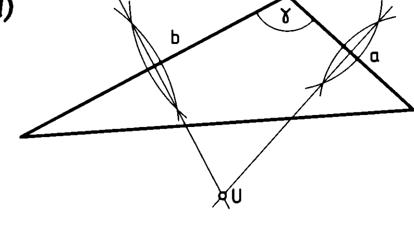
c)



b)



d)



4.36 ***a)*** 3,337... cm² ***b)*** 400,895... dm²

4.37 6 cm

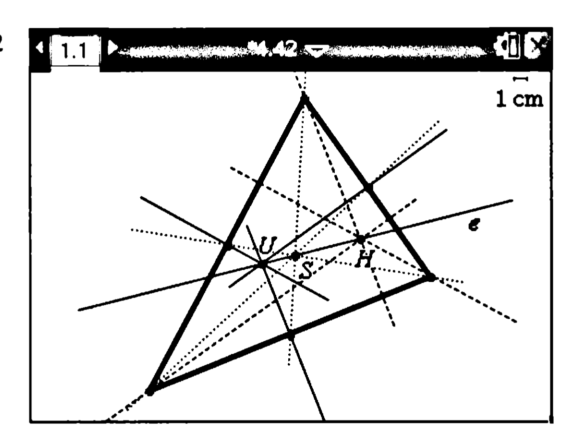
4.38 ***a)*** $A = 722{,}697...$ mm²; $h_a = 20{,}648...$ mm ***b)*** $A = 15{,}379...$ cm²; $h_b = 5{,}915...$ cm

4.39 $A_{rot} = A_{orange} = 22{,}5\ m^2$
Alle vier Wohnungswände zusammen ergeben ein Rechteck mit 18 m Länge und 2,50 m Breite. Zu jedem orangen rechtwinkligen Dreieck gibt es ein gleich großes rotes rechtwinkliges Dreieck. Für die roten bzw. für die orangen Flächen gilt daher $A = \frac{18\ m \cdot 2{,}50\ m}{2}$.

4.40 Es ist mit einem beliebigen Dreieck zu arbeiten.

4.41 Eckregal, Kerzenständer, Tisch

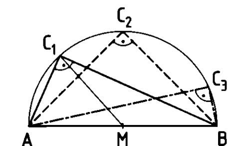
4.42



Die Punkte H, S und U liegen auf einer Geraden.

4.43 ***a)*** Unabhängig von der Art des Dreiecks liegt der Schwerpunkt immer innerhalb des Dreiecks.
b) Der Umkreismittelpunkt liegt bei spitzwinkligen Dreiecken innerhalb des Dreiecks, bei rechtwinkligen Dreiecken auf der Hypotenuse und bei stumpfwinkligen Dreiecken außerhalb des Dreiecks.

4.44



1) $\gamma = 90°$ jeweils
2) gleichschenklige

4.47 ***1)*** Die Hypotenuse ist kürzer als die Kathete.
3) In einem rechtwinkligen Dreieck kann kein Winkel größer 90° sein.

4.48 Einheiten mm, mm^2

	a	**b**	**c**	**p**	**q**	**h**	**A**
a)	28,221...	32	42,$\dot{6}$	18,$\dot{6}$	24	21,166...	451,541...
b)	52,325...	52,325...	74	37	37	37	1 369
c)	14	12	18,439...	10,629...	7,809...	9,111...	84
d)	17,320...	10	20	15	5	8,660...	86,602...
e)	56	51,733...	76,238...	41,133...	35,104...	38	1 448,536...
f)	20	11,2	22,922...	17,450...	5,472...	9,772...	112

4.49 ***a)*** 75 N ***b)*** 2 435,159... N

4.50 Um das Regal wie abgebildet kippen zu können, ist bei b = 60 cm eine Höhe von ca. 209 cm notwendig, bei b = 80 cm eine Höhe von ca. 215 cm. Herr Meier sollte das 60 cm breite Regal kaufen.

4.51 ***a)*** $s_1 = 1{,}414...$ m; $s_2 = 3{,}605...$ m; $s_3 = 1{,}802...$ m
b) $s_1 = s_5 = 2{,}358...$ m; $s_2 = s_4 = s_7 = 2{,}136...$ m; $s_3 = 1{,}5$ m; $s_6 = 2{,}015...$ m; $s_8 = 1$ m

4.52 H = 34,734... cm

4.53 6 Pfosten (6,123...); 5,252... cm

4.54 ***1)*** Ermitteln der größten Zahl:
angenommen $z > y$, also $u^2 + v^2 > u^2 - v^2 \Rightarrow v^2 > -v^2$ w. A.
angenommen $x > z$, also $2uv > u^2 + v^2 \Rightarrow 0 > u^2 - 2uv + v^2$, also $0 > (u - v)^2$ f. A.
z ist daher die größte Zahl.
Satz von Pythagoras anwenden: $x^2 + y^2 = z^2$
$LS = (2uv)^2 + (u^2 - v^2)^2 = 4u^2v^2 + u^4 - 2u^2v^2 + v^4 = u^4 + 2u^2v^2 + v^4 = (u^2 + v^2)^2 = RS$
2) $u = 4, v = 3 \Rightarrow 24, 7, 25$

4.55 ***a)*** Der Flächeninhalt des großen Quadrats ist c^2. Die Summe der Flächeninhalte der vier rechtwinkligen Dreiecke und des kleinen Quadrats ist $4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + (b - a)^2 = ... = a^2 + b^2$. Da die beiden berechneten Flächeninhalte gleich sind und da c die Hypotenuse der rechtwinkligen Dreiecke ist, gilt $c^2 = a^2 + b^2$.
b) Der Flächeninhalt des kleinen Quadrats ist c^2. Der Flächeninhalt ergibt sich auch, wenn man vom Flächeninhalt des großen Quadrats mit Seitenlänge $(a + b)$ die Flächeninhalte der vier gleich großen rechtwinkligen Dreiecke abzieht. Für die Differenz gilt
$(a + b)^2 - 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = ... = a^2 + b^2$. Insgesamt gilt daher $c^2 = a^2 + b^2$.
c) Das linke und das rechte Quadrat haben beide Seitenlänge $(a + b)$ und sind daher gleich groß. Der Flächeninhalt des linken Quadrats berechnet sich mit $a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$, der des rechten mit $c^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = c^2 + 2 \cdot a \cdot b$. Durch Vergleichen der beiden erhält man $c^2 = a^2 + b^2$.

4.56 –

4.57 ***1)*** Gleichschenklige Dreiecke im unteren Bereich der Hauswand, gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke im oberen Bereich der Hauswand, an der Mauer auf der linken Seite und an der Tür. Gleichseitige Dreiecke an der Tür.
2) Seitenlänge 40 cm; die Tür könnte 80 cm breit sein und es gibt zwei Dreiecke nebeneinander.

4.58 Steinschlag, Vorrang geben, Achtung Tiere

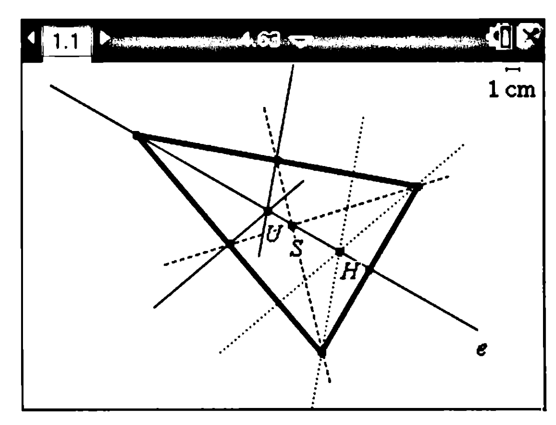
4.59 ***a)*** $h_c = 3,708...$ cm; $A = 5,562...$ cm^2
b) $c = 86,994...$ mm; $A = 1\,391,908...$ mm^2
c) $h_c = 20,941...$ cm; $a = 26,972...$ cm
d) $a = 54,083...$ mm; $A = 1\,350$ mm^2

4.60 ***a)*** $h = 5,196...$ cm; $A = 15,588...$ cm^2; $u = 18$ cm
b) $a = 57,735...$ mm; $A = 1\,443,375...$ mm^2; $u = 173,205...$ mm
c) $a = 8,596...$ m; $h = 7,444...$ m; $u = 25,789...$ m

4.61 Ja, $h = 2,015...$ m $> 1,80$ m

4.62 ***1)*** 106,602... cm ***2)*** $H = r \cdot [2 + \sqrt{3} \cdot (n - 1)]$

4.63 Die Euler'sche Gerade fällt mit der Höhe zur Basis zusammen.



4.64 Höhenschnittpunkt, Inkreismittelpunkt und Umkreismittelpunkt fallen zusammen. Es gibt unendlich viele Geraden, die die Eigenschaften der Euler'schen Gerade erfüllen.

4.65 Die drei Verhältnisse sind gleich.

4.67 Der Begriff ist in der Mathematik exakt definiert und bezeichnet Figuren, die dieselben Winkel haben, sich aber in der Größe unterscheiden können. Im Alltag wird der Begriff viel allgemeiner verwendet. Er bezeichnet Objekte oder Begriffe, die Gemeinsamkeiten aufweisen. ZB sind zwei Blumenbeete im mathematischen Sinn ähnlich, wenn ihre Begrenzungen dieselben Winkel haben. Im Alltag werden sie aber auch bei teilweise übereinstimmender Bepflanzung als ähnlich bezeichnet, auch wenn sie verschiedene Form haben.

4.68 Die beiden Dreiecke sind ähnlich.

4.69 ***a)*** $x = 2$ cm; $y = 2{,}5$ cm ***b)*** $x = 33{,}\dot{3}$ cm; $y = 30$ cm ***c)*** $x = 1{,}6$ cm; $y = 2$ cm

4.70 ***a)*** $\frac{a_1}{a} = \frac{3}{4}$; $b_1 = 39{,}75$ mm; $c_1 = 18{,}75$ mm ***b)*** $\frac{c_1}{c} = \frac{4}{3}$; $a_1 = 2{,}4$ cm; $b = 3$ cm

4.71 $x = 24$ cm; $s - x = 27$ cm

4.72 $F_1 = 56$ N; $F_2 = 84$ N

4.73 ***1), 2)***
Zwei Kreise haben stets die gleiche Form. Sie sind daher zueinander ähnlich.
Bei jedem Quadrat haben die vier Innenwinkel 90 °, einander entsprechende Winkel zweier Quadrate sind daher gleich groß. Bei jedem Quadrat sind die vier Seiten gleich lang, einander entsprechende Seiten der beiden Quadrate stehen daher immer im gleichen Verhältnis zueinander.
Bei je zwei Trapezen sind einander entsprechende Winkel nicht immer gleich groß. Zum Beispiel ist ein Trapez mit $\alpha = 90°$, $\beta = 80°$ nicht ähnlich zu einem Trapez mit $\alpha = 90°$, $\beta = 79°$.
Bei je zwei Rechtecken haben einander entsprechende Längen nicht immer das gleiche Verhältnis. Zum Beispiel ist ein Rechteck mit $a = 2$ E, $b = 1$ E nicht ähnlich zu einem Rechteck mit $a = 3$ E, $b = 1$ E.

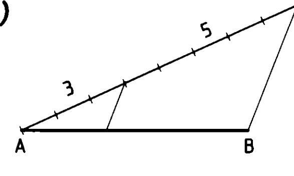
4.74 ***1)*** ähnliche Dreiecke $\Rightarrow$ $1 : s = h : \ell$ $\Rightarrow$ $h = \frac{\ell}{s}$
2) $83{,}\dot{3}$ m ***3)*** 45°

4.75 ***a)*** Bei jedem gleichseitigen Dreieck haben die drei Innenwinkel 60°, einander entsprechende Winkel zweier gleichseitiger Dreiecke sind daher gleich groß. Bei jedem gleichseitigen Dreieck sind die drei Seiten gleich lang, einander entsprechende Seiten der beiden Dreiecke stehen daher immer im gleichen Verhältnis zueinander.
b) Bei jedem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck haben zwei Innenwinkel 45° und einer 90°, einander entsprechende Winkel zweier gleichschenklig-rechtwinkliger Dreiecke sind daher gleich groß. Bei jedem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck sind zwei Seiten gleich lang. Steht eine der beiden Seiten des einen Dreiecks in einem bestimmten Verhältnis zu einer der beiden gleich langen Seiten des anderen Dreiecks, so gilt dies auch für die zweiten gleich langen Seiten. Wegen der Gleichheit der Innenwinkel der beiden Dreiecke stehen auch die dritten Seiten im gleichen Verhältnis zueinander.

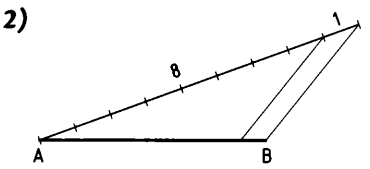
4.76 ***a)*** $\overline{SA_1} : \overline{SA_2} = \overline{A_1B_1} : \overline{A_2B_2}$; $\overline{SB_1} : \overline{SB_2} = \overline{A_1B_1} : \overline{A_2B_2}$; $\overline{SA_1} : \overline{A_1A_2} = \overline{SB_1} : \overline{B_1B_2}$
b) $\overline{SA_1} : \overline{B_1C} = \overline{SB_1} : \overline{B_1B_2}$; $\overline{SA_1} : \overline{B_1C} = \overline{A_1B_1} : \overline{CB_2}$; $\overline{SB_1} : \overline{B_1B_2} = \overline{A_1B_1} : \overline{CB_2}$
Hinweis: C ist der Schnittpunkt der Parallelen zu a mit der Geraden A_2B_2.

4.78 ***a)*** $x = 3{,}75$ m; $y = 4{,}5$ m ***b)*** $x = 7{,}\dot{3}$ m; $y = 11{,}\overline{36}$ m

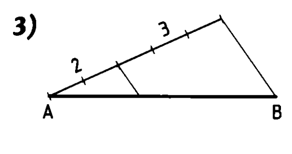
4.79 ***a) 1)***



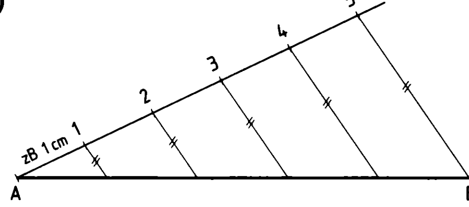
2)



3)



b) 1)



2) und ***3)*** analog zu ***1)***

4.80 ***1)*** 11,6 m ***2)*** H = a + d

4.81 ***1)*** Am Messkeil gibt es zwei ähnliche rechtwinklige Dreiecke. Die einander entsprechenden Seiten sind 160 mm und 48 mm lang bzw. 10 mm und die Fugenbreite lang. Es gilt daher 160 mm : 48 mm = 10 mm : Fugenbreite. Daraus kann die Fugenbreite berechnet werden bzw. ist diese an der entsprechenden Stelle am Keil angegeben.
2) 3 mm

4.82 0,9 m

4.83 ***1)*** 32,5 m ***2)*** 650,811... m

4.84 $s_1 = 1{,}4$ m $s_2 = 0{,}8$ m

4.85 Geht man davon aus, dass die gelbe und die grüne Figur in beiden Abbildungen jeweils zusammen 15 Kästchen ausfüllen, dann gilt für die Höhe h der gesamten oberen Figur 8 : 3 = 13 : h (8 : 3 ... rotes Dreieck) ⇒ h = 4,875 Kästchen. Für die Höhe h_1 der gesamten unteren Figur gilt 5 : 2 = 13 : h_1 (5 : 2 ... blaues Dreieck) ⇒ h_1 = 5,2 Kästchen. Die beiden roten bzw. die beiden blauen Dreiecke sind also nur scheinbar gleich groß.

4.86 Bezeichnungen jeweils obere Reihe von links nach rechts, untere Reihe von links nach rechts.
1) allgemeines Viereck; Quadrat; Raute; Deltoid; Parallelogramm; Trapez; Rechteck
2) keine spezielle Lage; gegenüber liegende Seiten jeweils parallel und nebeneinander liegende Seiten jeweils orthogonal; gegenüber liegende Seiten jeweils parallel; keine spezielle Lage; gegenüber liegende Seiten jeweils parallel; zwei Seiten parallel; gegenüber liegende Seiten jeweils parallel
3) drei spitze, ein stumpfer; vier rechte; zwei spitze, zwei stumpfe; drei spitze, ein stumpfer; zwei spitze, zwei stumpfe; zwei spitze, zwei stumpfe; vier rechte
4) siehe Einteilung Buch Seite 153 oben

4.87 Ein Parallelogramm muss vier rechte Winkel haben, damit es ein Rechteck ist.
Ein Viereck muss zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten haben, damit es ein Deltoid ist.
Alle vier Seiten eines Trapezes müssen gleich lang sein, damit es eine Raute ist.
Die beiden Diagonalen eines Deltoids müssen gleich lang sein und einander jeweils in ihren Mittelpunkten schneiden, damit es ein Quadrat ist.

4.88 ***a)*** Ja. Durch die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$ ist α eindeutig festgelegt. Die Konstruktionsschritte a, β, b, γ und α sind eindeutig.
b) Ja. Die Konstruktionsschritte a, b, d, f und c sind eindeutig.
c) Nein. Durch die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$ und durch zum Beispiel α, β und γ ist δ bereits festgelegt. Es fehlt ein weiteres Bestimmungsstück.
d) Ja. Die Konstruktionsschritte d, e, f, α und β sind eindeutig.

4.89 ***1)*** Ja. Beim Rechteck sind gegenüberliegende Seiten jeweils parallel.
2) Ja. Ein Quadrat hat zwei parallele Seiten.
3) Nein. Beim Deltoid müssen die vier Seiten nicht gleich lang sein.
4) Ja. Die Diagonale e teilt das Deltoid in zwei zueinander symmetrische Hälften.

4.90 ***a)*** $\alpha = 110°$; $\gamma = 135°$ ***b)*** $\alpha = 100°$; $\beta = 150°$; $\delta = 65°$

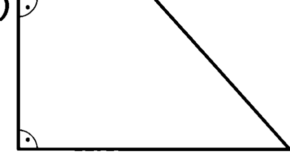
4.91 ***a)*** Je drei dürfen nicht auf einer Geraden liegen.
Liegen drei Punkte auf einer Geraden, so beträgt der Innenwinkel in einem der drei Punkte 180° und die vier Punkte bestimmen ein Dreieck oder eine Strecke.
b) Ja. Bei einem sich überschlagenden Viereck können die Diagonalen parallel sein.
Sind bei einem sich überschlagenden Viereck die Seiten AB und CD zueinander parallel und die Seiten AD und BC gleich lang, so sind die Diagonalen AC und BD zueinander parallel.

4.92 ***a)*** b = 16 cm; d = 29,681... cm ***c)*** a = 24 mm; d = 28,844... mm; $A = 384\ mm^2$
b) b = 35,707... cm; $A = 1\,249,749...\ cm^2$

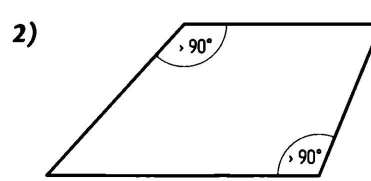
4.93 ***a)*** a = 0,5 m; d = 0,707... m ***c)*** a = 12 mm; d = 16,970... mm; $A = 144\ mm^2$
b) a = 16,970... cm; $A = 288\ cm^2$

4.94 ***a)*** $\gamma = 140°$; $\delta = 115°$ ***b)*** $\alpha = 135°$; $\beta = 120°$; $\gamma = 60°$; $\delta = 45°$ ***c)*** $\varepsilon = 25°$ ***d)*** $\gamma = 125°$

4.95 ***1)***



2)



4.97 ***a)*** b = 32,924... cm; e = 69,310... cm; f = 52,573... cm; h = 32,908... cm; $A = 1\,678,357...\ cm^2$
b) e = 7,614... dm; f = 9,223... dm; h = 5,996... dm; $A = 35,081...\ dm^2$
c) b = 3,784... dm; f = 5,197... dm; h = 3,558... dm; $A = 12,990...\ dm^2$
d) d = 28,722... mm; e = 41,533... mm; f = 57,662... mm; h = d; $A = 1\,148,912...\ mm^2$

4.98 ***a)*** h = 4 cm ***b)*** a = 2 m ***c)*** c = 42,5 mm

4.99 ***a)*** $8,531...\ m^2$ ***b)*** $4,882...\ m^2$

4.100 ***a)*** $\alpha = 40°$; $\beta = 140°$; $\gamma = 40°$; $\delta = 140°$ ***b)*** $\beta = 110°$; $\varepsilon = 45°$ ***c)*** $\varepsilon = 110°$; $\varphi = 45°$

4.101 ***a)*** e = 6,185... dm; f = 3,425... dm; $h_b = 3,\dot{3}$ dm; $A = 10\ dm^2$
b) e = 81,197... cm; f = 24,637... cm; $h_a = 24$ cm; $h_b = 18$ cm; $A = 864\ cm^2$
c) f = 55,677... mm; $h_a = 55,621...$ mm; $h_b = 18,540...$ mm; $A = 1\,112,429...\ mm^2$
d) b = d = 3,605... cm; e = 8,544... cm; $h_b = 4,992...$ cm; $A = 18\ cm^2$

4.102 ***a)*** e = 6,818... cm; $A = 13,637...\ cm^2$
b) b = c = 79,426... mm; $A = 3\,000\ mm^2$
c) e = 2,703... dm; f = 3,535... dm; $A = 4,778...\ dm^2$
d) a = d = 4,844... cm; f = 6 cm; $A = 27\ cm^2$

4.104 – 4.115

4.104 ***a)*** $a = 3{,}605...\ dm$; $A = 12\ dm^2$
b) $e = 10{,}545...\ cm$; $f = 3{,}129...\ cm$; $A = 16{,}5\ cm^2$
c) $f = 27{,}838...\ cm$; $A = 1\,043{,}955...\ cm^2$
d) $e = 44{,}346...\ mm$; $f = 18{,}368...\ mm$; $A = 407{,}293...\ mm^2$

4.105 Die Diagonalen stehen normal aufeinander. Einander gegenüberliegende Innenwinkel sind gleich groß.
Nur die Raute hat vier gleich lange Seiten. Nur bei der Raute sind beide Diagonalen Winkelsymmetralen.

4.106 ***1)*** 35,355... cm
2) Es werden 15 Fliesen benötigt. Von der letzten Fliese muss ein Dreieck mit 10,330... cm Höhe weggeschnitten werden.

4.107 8 Platten

4.108 $u = 24{,}331...\ cm$

4.109 ***1)*** 16 cm bzw. 12 cm
2) Nein. Die Seiten sind 10 cm bzw. 12,649... cm lang.

4.110 $f = a$; $e = \sqrt{3} \cdot a$; $A = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

4.111 ***a)*** ***1)*** Falsch. Nicht jedes Deltoid hat vier gleich lange Seiten.
2) Richtig. Jede Raute hat zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten.
b) ***1)*** Richtig. Jedes Rechteck hat ein Paar paralleler Seiten.
2) Falsch. Nicht jedes Trapez hat vier gleich große Innenwinkel.

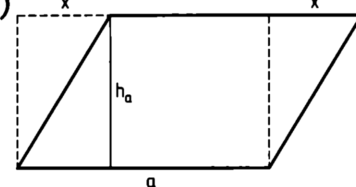
4.112 ***3)*** Jedes Viereck hat zwei Diagonalen.

4.113 ***1)*** Es entsteht ein Quadrat.
Es entstehen vier gleich große rechtwinklige Dreiecke, die um jeweils 90° verdreht angeordnet sind. Die Verbindungsstrecken sind die Hypotenusen der Dreiecke und sie bilden daher ein Quadrat.
2) Ist a die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrats, so ergibt sich die Fläche des entstehenden Quadrats mit $A = \frac{5}{9} \cdot a^2$.

4.114 ***1)*** Es entsteht eine Raute.
Die Diagonalen des entstehenden Vierecks stehen aufeinander normal und halbieren einander.
2) $s = 4{,}242...\ cm$; $A = 18\ cm^2$

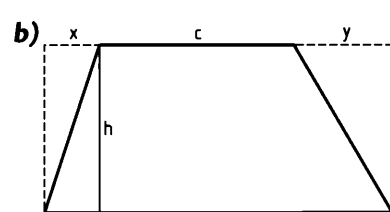
4.115 ***1)*** Es entsteht ein Rechteck.
Nach dem Strahlensatz sind die Seiten des entstehenden Vierecks parallel zu den Diagonalen der Raute. Da die Diagonalen aufeinander normal stehen, gilt dies auch für die Seiten des entstehenden Vierecks.
2) Die Fläche des Rechtecks ist halb so groß wie die Fläche der Raute.

4.116 ***a)***



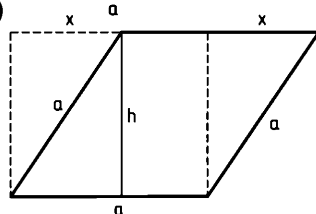
$A = a \cdot h_a - \frac{x \cdot h_a}{2} + \frac{x \cdot h_a}{2} = a \cdot h_a$

b)



$A = a \cdot h - \frac{h \cdot x}{2} - \frac{h \cdot y}{2} = \left(a - \frac{x+y}{2}\right) \cdot h =$
$= \left(a - \frac{a-c}{2}\right) \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h$

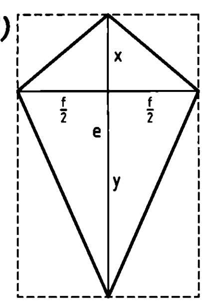
c)



$A = a \cdot h - \frac{x \cdot h}{2} + \frac{x \cdot h}{2} = a \cdot h$

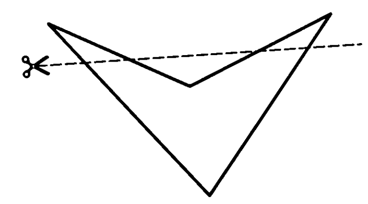
d)





$A = e \cdot f - 2 \cdot \frac{\frac{f}{2} \cdot x}{2} - 2 \cdot \frac{\frac{f}{2} \cdot y}{2} =$
$= \left(e - \frac{x+y}{2}\right) \cdot f = \left(e - \frac{e}{2}\right) \cdot f = \frac{e \cdot f}{2}$

4.117 Ja, falls das Viereck nicht konvex ist.



4.118 ***1)*** 3 bzw. 5 ***2)*** $3 \cdot 180° = 540°$ bzw. $5 \cdot 180° = 900°$ ***3)*** 10 440°

4.121 ***a)*** 540° ***b)*** 900° ***c)*** 1 440°

4.122 ***a)*** Familie Kohout hat genügend Kapital angespart.
Die Fläche des Grundstücks beträgt 1 380 m². Das ergibt bei einem Preis von 25,00 $\frac{€}{m^2}$ einen Kaufpreis von 34 500,00 €. Das angesparte Kapital ist größer.
b) Familie Kohout hat nicht genügend Kapital angespart.
Die Fläche des Grundstücks beträgt 1 960 m². Das ergibt bei einem Preis von 280,00 $\frac{€}{m^2}$ einen Kaufpreis von 548 800,00 €. Das angesparte Kapital ist kleiner.

4.123 ***a)*** 1 481,421... mm² ***c)*** 590 mm² ***e)*** 2 214,213... mm²
b) 11 569,059... cm² ***d)*** 348 565,473... mm² ***f)*** 376 cm²

4.124 27,712... mm **4.125** 18,013... mm

4.126 4,141... cm

4.127 ***1)*** $\frac{h}{3} = \frac{a}{\sqrt{12}}$ ***2)*** $\frac{a}{3}$ ***3)*** $A_{6\text{-Eck}} : A_{3\text{-Eck}} = 2 : 3$

4.128 ***1)*** Eine Gerade kann einen Kreis schneiden, ihn berühren oder an ihm vorbeigehen.
2) zwei Kreisbögen

4.129 ***1)*** Falsch. Eine Tangente berührt einen Kreis in einem Punkt.
2) Richtig ***3)*** Richtig
4) Falsch. Ein Kreissektor wird durch zwei Radien und einen Kreisbogen begrenzt.

4.130 ***a)*** 150° ***b)*** 70° ***c)*** 110°

4.131 ***3)***

4.132 ZB d = 8,7 cm, u = 27,3 cm $\Rightarrow$ $\pi \approx 3{,}137...$; auf eine Nachkommastelle genau.

4.133 ***1)*** Wenn sie den gleichen Radius, den gleichen Umfang oder den gleichen Flächeninhalt haben.
2) Durch Verkleinern des Radius eines Kreises erhält man einen immer kleineren Kreis. Wird der Radius schließlich null, so wird aus dem Kreis ein Punkt.

4.134 ***a)*** r = 164 mm; A = 84 496,276... mm^2; u = 1 030,442... mm
b) r = 4,5 dm; A = 63,617... dm^2; u = 28,274... dm
c) d = 28 cm; A = 615,752... cm^2; u = 87,964... cm
d) d = 40 mm; A = 1 256,637... mm^2; u = 125,663... mm
e) r = 9,184... mm; d = 18,368... mm; u = 57,706... mm
f) r = 1,339... m; d = 2,679... ; u = 8,418... m
g) r = 52,202... cm; d = 104,405... cm; A = 8 561,262... cm^2
h) r = 0,668... dm; d = 1,336... dm; A = 1,403... dm^2

4.135 ZB d = 60 cm $\Rightarrow$ ca. 2 653 Umdrehungen (2 652,582...)

4.136 $r : a = 1 : \sqrt{\pi}$

4.137 ***a)*** $A_U : A_I = 4 : 1$ ***b)*** $u_U : u_I = 2 : 1$

4.138 78,846... %

4.139 ***a)*** 2,650... mm ***b)*** 6,268... mm

4.140 ***a)*** 19,544... mm ***b)*** 25,231... mm

4.141 Das Band hat sowohl von der Erde als auch vom Fußball 15,915... cm Abstand.
$a = \frac{u + 1m}{2\pi} - r = \frac{2\pi r}{2\pi} + \frac{1m}{2\pi} - r = \frac{1}{2\pi} \cdot m = 0{,}159...\ m$

4.142 Nein. Damit der Umfang jeweils halbiert wird, müssen die beiden Schnittpunkte der Kreise jeweils die beiden Endpunkte eines Durchmessers der Kreise sein. Die beiden Durchmesser sind dann aber identisch und beide Kreise fallen daher zusammen.

4.143 –

4.144 ZB d = 45 km $\Rightarrow$ $A \approx 1\,590\ km^2$ $\Rightarrow$ ca. 11 % Abweichung

4.145 ***1)*** $\frac{2r\pi}{4}, \frac{2r\pi}{3}, \frac{2r\pi}{2}$ ***2)*** $\frac{r^2\pi}{4}, \frac{r^2\pi}{3}, \frac{r^2\pi}{2}$

4.146 ***a)*** A = 6,981... cm^2; b = 3,490... cm
b) α = 190,985...°; b = 10 cm
c) A = 600 mm^2; α = 171,887...°
d) A = 263,893... cm^2; b = 43,982... cm; r = 12 cm
e) A = 23,204... dm^2; r = 5,156... dm
f) α = 286,478...°; r = 16 mm

4.147 ***a)*** 215,722... m ***b)*** 278,554... m

4.148 2 443,460... cm^2

4.149 ***a)*** 221,887... cm ***b)*** 258,904... cm

4.150 ***a)*** $A = \frac{\pi - 2}{8} \cdot s^2$ ***b)*** $A = \frac{2\pi - 3 \cdot \sqrt{3}}{12} \cdot r^2$ ***c)*** $A = \frac{4\pi - 3 \cdot \sqrt{3}}{12} \cdot r^2$

4.152 ***a)*** r = 72,5 cm ***b)*** r = 127,5 cm

4.153 13 644,261... cm^2

4.154 11,872... mm

4.155 ***a)*** A = 706,858... cm^2; u = 282,743... cm
b) A = 0,895... m^2; u = 5,969... m
c) A = 25 446,900... mm^2; u = 1 696,460... mm
d) A = 1 507,964... cm^2; u = 376,991... cm
e) A = 35,342... dm^2; u = 47,123... dm
f) A = 17 671,458... mm^2; u = 1 413,716... mm

4.156 r_a = 20,007... cm; r_i = 15,007... cm

4.157 $w = r_i \cdot (\sqrt{2} - 1)$

4.158 48,63$\dot{8}$ %

4.159 0,083... MB

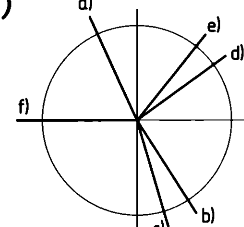
4.160 ***a)*** $\frac{\pi}{3}$ cm und $\frac{2\pi}{3}$ cm. Bei doppeltem Radius ist die Bogenlänge doppelt so lang.
b) 57,295...°

4.161 ***a)*** x = 2 rad; α = 144,591...°
b) x = 20 rad; α = 1 145,915...°
c) x = 1 500 rad; α = 85 943,669...°

4.162 ***a)*** ca. 2 ***b)*** ca. 6 ***c)*** ca. 3,5 ***d)*** ca. 1 ***e)*** ca. 100 ***f)*** ca. 251

4.163 ***a)*** 0,261... rad ***b)*** 0,959... rad ***c)*** 1,361... rad ***d)*** 2,923... rad ***e)*** 5,148... rad ***f)*** 6,981... rad

4.164 ***1)***



2) ***a)*** 114,591...° ***b)*** −57,295...° ***c)*** 286,478...° ***d)*** 36° ***e)*** 51,428...° ***f)*** 540°

4.165 ***a)*** $\frac{0°}{180°} \cdot \pi = 0$; analog für 30°, 45°, 60°, 90° und 120°
b) $120° = \frac{2\pi}{3}$ rad; $\frac{3\pi}{4}$ rad = 135°; 180° = π rad; $225° = \frac{5\pi}{4}$ rad; $270° = \frac{3\pi}{2}$ rad;
$\frac{11\pi}{6}$ rad = 330°; 360° = 2π rad

4.166 100 s^{-1}

4.167 125,663... rad

4.168 ***a)*** ***1)*** stumpfer Winkel; 90° < 130° < 180°
2) Parallelwinkel mit α; jeweils ein Schenkel des gegebenen Winkels ist parallel zu einem Schenkel von α.
Nebenwinkel mit β; der gegebene Winkel und β ergänzen einander auf 180°.
3) α = 130°; Parallelwinkel sind gleich groß. β = 50°; Nebenwinkel sind supplementär.
b) ***1)*** spitzer Winkel; 0° < 50° < 90°
2) Normalwinkel mit α; jeweils ein Schenkel des gegebenen Winkels schließt mit einem Schenkel von α einen rechten Winkel ein.
Komplementärwinkel mit β; der gegebene Winkel und β sind Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks. Sie ergänzen einander daher auf 90°.
3) α = 130°; Normalwinkel sind gleich groß oder supplementär, die Winkelsumme in einem Viereck muss 360° betragen.
β = 40°; Komplementärwinkel ergänzen einander auf 90°.
c) ***1)*** erhabener Winkel; 180° < 310° < 360°
2) –
3) α = 50°; der gegebene Winkel und α ergänzen einander auf 360°.
β = 40°; α und β sind Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks, ihre Summe muss 90° sein.

4.169 AB|BA, NEF|FEN, RA|DAR

4.170

Gradmaß	45°	135°	225°	63°	80°	85,943...°	200°
Gon	50^g	150^g	250^g	70^g	$88,\dot{8}^g$	$95,492...^g$	$222,\dot{2}^g$
Bogenmaß	$\frac{\pi}{4}$ rad	$\frac{3\pi}{4}$ rad	$\frac{5\pi}{4}$ rad	1,099... rad	1,396... rad	1,5 rad	3,490... rad

4.171 ***a)*** 11,313... m^2 ***b)*** 389,711... m^2 ***c)*** 96 m^2

4.172 h = 14 cm

4.173 ***a)*** 2 304 mm^2 ***b)*** b = d = 38,626... mm

4.174 983,542... dm^2

4.175 15 m

4.176 ***a)*** x = 6,4 m; y = 11,25 m ***b)*** x = 4,081... m; y = 2,1 m ***c)*** x = 4,956... m; y = 1,538... m

4.177 71,619... cm^2

4.178 b = 79,412... cm; A = 1 389,718... cm^2

4.179 ***1)*** Kreissegmente
2) 0,875... cm bzw. 23,124... cm
Die Sehne teilt den Kreis in zwei Kreissegmente. Jedes Segment hat eine Bogenhöhe.

4.180 7 539,822... mm^2

4.181 210 cm
Das Dreieck mit Vorlagenhöhe 16 cm und Lichtquellenabstand 40 cm und das Dreieck mit Wandbildhöhe 1 m und Lichquellenabstand (40 cm + x) sind ähnlich. Es gilt daher
40 cm : 16 cm = (40 cm + x) : 100 cm. Daraus ergibt sich der Abstand der Vorlage von der Wand mit $x = \frac{40\text{ cm} \cdot 100\text{ cm}}{16\text{ cm}} - 40\text{ cm} = 210\text{ cm}$.

4.182 ***1)*** 4,188... m^2 ***2)*** $A = \frac{\pi}{3} \cdot d^2$

4.183 107,517... m^2

4.184 ***1)*** 4,309... mm ***2)*** 35,382... %

4.185 349 918,464... mm^2

4.186 ***a)*** 206,275... cm ***b)*** h ⩾ 90,313... cm; b ⩾ 67,735... cm; A = 3 058,715... cm^2

4.187 60,665... m^2

4.188 14 827,531... mm^2
Die Fläche besteht aus zwei Kreissektoren mit den Winkeln 70° bzw. 360° – 70° = 290°. Davon muss die Fläche eines Kreises mit Radius R = 7 mm abgezogen werden.

4.189 x = 0,99 m; y = 1,08 m

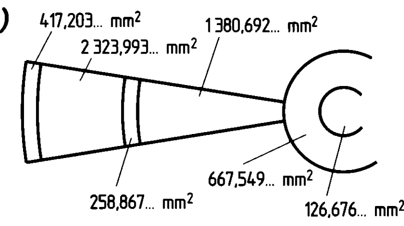
4.190 A4: ℓ : b = 29,7 : 21 = 1,414... : 1; A3: ℓ : b = 42 : 29,7 = 1,414... : 1
$A_{A3} : A_{A4} = 2 : 1$

4.191 ***a)*** 20 545,597... mm^2 ***b)*** 6 178,465... mm^2 ***c)*** 22 200 mm^2 ***d)*** 181,017... mm^2

4.192 $s_1 = s_4 = s_7 = s_{12}$ = 1,25 m; s_2 = 0,901... m; s_3 = 0,75 m; $s_5 = s_6 = s_9 = s_{10}$ = 0,790... m;
s_8 = 1,25 m; s_{11} = 1,677... m

4.193 ***a)*** 10,934… m^2 ***b)*** 4,691… m

4.194 ***1)***



2) 1 : 350,728…

4.195 ***a)*** 50,667… m^2 ***b)*** $50,\dot{6}\ m^2$

4.196 100,093… m^2

4.197 ***a)*** Nein, da gegenüberliegende Seiten nicht gleich lang sind.
b) 210 540,617… cm^2

4.198 ***1)*** gleichseitige Dreiecke, 3 große bzw. 3 kleine kongruent; 3 kongruente Rauten; gleichschenklige Trapeze, 3 bzw. 6 kongruent
2) Dreiecke: $a_{\Delta 1} = \frac{2a}{3}$ bzw. $a_{\Delta 2} = \frac{a}{3}$; Rauten: $a_R = \frac{a}{3}$;
Trapeze: $a_{T1} = \frac{2a}{3}$, $b_{T1} = d_{T1} = \frac{a}{3}$, $c_{T1} = \frac{a}{3}$ bzw. $a_{T2} = a$, $b_{T2} = d_{T2} = \frac{a}{3}$, $c_{T2} = \frac{2a}{3}$
3) Dreiecke: $A_{\Delta 1} = \frac{\sqrt{3}}{9} \cdot a^2$ bzw. $A_{\Delta 2} = \frac{\sqrt{3}}{36} \cdot a^2$; Rauten: $A_R = \frac{\sqrt{3}}{18} \cdot a^2$;
Trapeze: $A_{T1} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot a^2$ bzw. $A_{T2} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{36} \cdot a^2$

4.199 ***1)*** Deltoid; der Tangentenabschnitt vom erhaltenen Punkt bis zum Berührungspunkt ist aus Symmetriegründen für beide Tangenten gleich lang. Der Abstand vom Berührungspunkt zum Kreismittelpunkt ist jeweils der Radius r. Das entstehende Viereck hat daher zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten.
2) a = d = 2,5 cm; b = c = 6 cm; A = 15 cm^2 ***3)*** 4,615… cm

4.200 ***a)*** $a : p = c : a \Rightarrow a^2 = c \cdot p$; $b : q = c : b \Rightarrow b^2 = c \cdot q$ ***b)*** $h : q = p : h \Rightarrow h^2 = p \cdot q$

4.201 ***1)*** u = 40 000 km; r = 6 366,197… km (heute: 6 371 km)
2) 100 km bei 1^g bzw. $111,\dot{1}$ km bei 1°
3) $b = \frac{111,\dot{1}\ km}{60} = 1\,851,\dot{8}5\dot{1}$ m = 1 sm; 60 sm bei 1°
4) 292 sm = 540,740… km

5 Funktionen

5.1 *1)* 1,70 €
2) 15:00 Uhr
3) Während dieser Zeitabschnitte wurde nicht telefoniert.
4) Verschiedene Steigungen bedeuten verschiedene Minutentarife.
5) Von 9:00 Uhr bis 10:20 Uhr
6) Um 18:15 Uhr
7) Sprunghaft ansteigende Kosten, Tarif nicht eindeutig
8) Uhrzeiten: nur Werte zwischen 0:00 Uhr und 24:00 Uhr; Kosten: nur positive Werte

5.2 *B)* Der Zug ist oben langsam, wird beim Hinunterfahren immer schneller, beim zweiten Anstieg wieder langsamer und danach nochmals schneller.
Da bei *A)* bzw. *C)* die Geschwindigkeit zunächst kleiner wird, kommen diese beiden Grafiken nicht in Frage.

5.3 1 ⟶ E, 2 ⟶ D, 3 ⟶ C, 4 ⟶ A, 5 ⟶ F
Grafik zu B



5.4 *a)* Funktion. Jede Schülerin und jeder Schüler hat genau eine Katalognummer.
b) Keine Funktion. Es kann auch Schüler und Schülerinnen mit mehreren Freigegenständen oder ohne Freigegenstände geben.
c) Keine Funktion. Jeder natürlichen Zahl werden zumindest zwei Teiler zugeordnet.
d) Funktion. Jede Kugel hat zu jedem Zeitpunkt genau eine Höhe.
e) Funktion. Jeder Stromstärke ist bei konstantem Widerstand genau eine Spannung zugeordnet.
f) Keine Funktion. Für einen Sitzplatz können verschiedene Preise verlangt werden (zB Vorverkauf, Abendkasse, Ermäßigungen).

5.5 *a)* $y \in [0; 9]$, stetig
b) $y \in \{-5, -3, -1, 1, 3\}$, diskret
c) $x \in [0; 20]$, stetig
d) $x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, diskret

5.6 *a)* Funktion. Jedem x-Wert ist genau ein y-Wert zugeordnet.
b) Keine Funktion. Es gibt x-Werte, denen zwei y-Werte zugeordnet sind.
c) Keine Funktion. Wie *b)*.
d) Funktion. Wie *a)*.

5.7 *1)* Funktion. Jedem x-Wert ist genau ein y-Wert zugeordnet.
2) Keine Funktion. Jedem x-Wert sind zwei y-Werte zugeordnet.
3) Funktion. Jedem x-Wert ist genau ein y-Wert zugeordnet.

5.8 *1)*

	A	B
1	Uhrzeit	Ozonwert
2	00:00	88
3	02:00	76
4	04:00	71
5	06:00	83
6	08:00	108
7	10:00	156
8	12:00	193
9	14:00	234
10	16:00	251
11	18:00	246
12	20:00	210
13	22:00	150
14	00:00	99

2) 11:18 Uhr
3) 14:42 Uhr Ozonalarm
18:20 Uhr Entwarnung

5.9

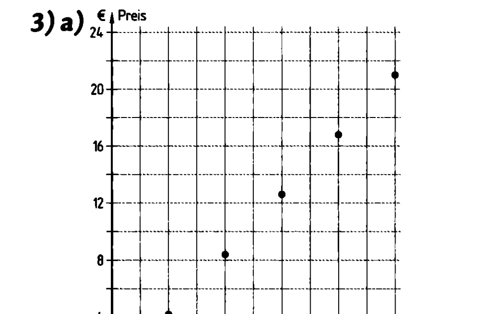
t in s	h in m
1	49
2	34
3	9

5.10 ***1)***

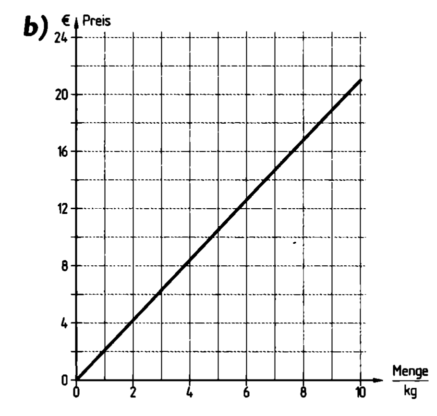
Menge in kg	Preis in €
1	2,10
2	4,20
3	6,30
4	8,40
5	10,50

2) $P(x) = 2{,}10\,\frac{€}{kg} \cdot x$

3) a)



b)



4) a) diskret

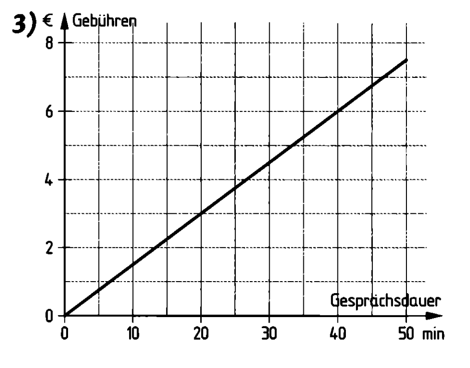
b) stetig

5.11 ***1)***

Gesprächsdauer in Minuten	Gebühren in €
1	0,15
5	0,75
10	1,50
20	3,00
50	7,50

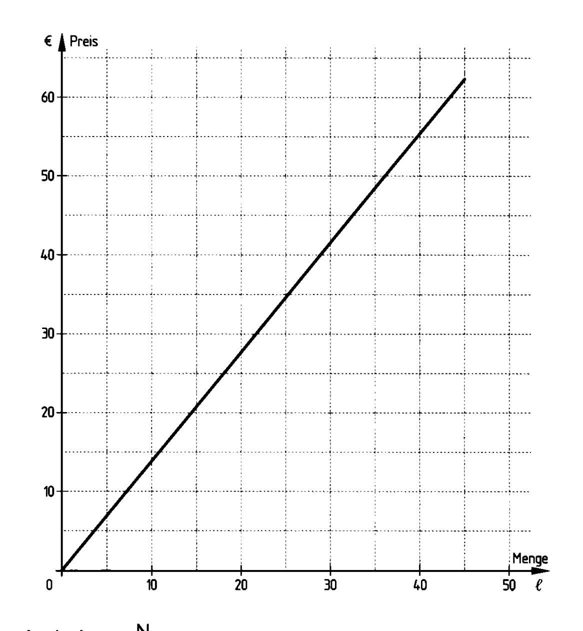
2) $P(x) = 0{,}15\,\frac{€}{min} \cdot x$

3)



5.12 ***1)*** $P(x) = 1{,}383\,\frac{€}{\ell} \cdot x$

Menge in ℓ	Preis in €
0	0
5	6,92
10	13,83
15	20,75
20	27,66
25	34,58
30	41,49
35	48,41
40	55,32
45	62,24



2) $B(t) = 0{,}4\,\frac{\ell}{s} \cdot t + 7\,\ell$

Zeit in s	Menge in ℓ
0	7
20	15
40	23
60	31
80	39
100	47
120	55
140	63
160	71
180	79

3) $t(N) = \frac{N}{0{,}4\,\frac{\ell}{s}}$

Werte von N = 0 ℓ bis N = 48 ℓ

$D_t = [0\,\ell; 48\,\ell]$

Werte von t = 0 s bis t = 120 s

$W_t = [0\,s; 120\,s]$

5.13 ***1)*** Es ist mindestens 70 cm hoch.

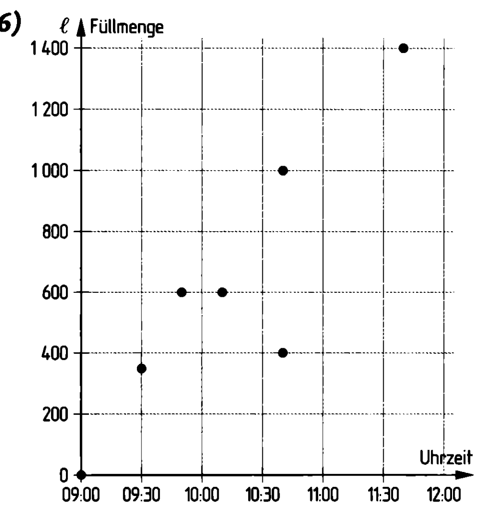
2) Kein Zufluss zwischen 9:50 Uhr und 10:10 Uhr.

3) Da es verschiedene Steigungen gibt, ist nicht immer gleich viel Wasser zugeflossen.

4) 10:57 Uhr

5) Um 10:50 Uhr ist der Wasserstand um 30 cm gesunken. Das entspricht einer plötzlichen Wasserentnahme von 600 ℓ, was nicht realistisch ist. Davon abgesehen ist der Verlauf realistisch, da entweder kontinuierlich Wasser zugeführt wurde, oder weder eine Zufuhr noch eine Entnahme erfolgte.

6)



7) 1,4 m^3

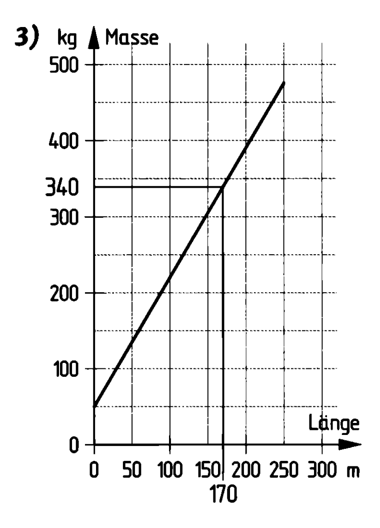
8) Zwischen 9:00 Uhr und 9:50 Uhr 12 $\frac{\ell}{\text{min}}$; zwischen 10:50 Uhr und 11:40 Uhr 20 $\frac{\ell}{\text{min}}$

5.14 **1)** 100 m Seil wiegen 170 kg, die leere Trommel wiegt 50 kg.

2)

Seillänge in m	Gesamtmasse in kg
0	50
50	135
100	220
150	305
200	390
250	475

3)



Die Masse einer Trommel mit 170 m Seil beträgt 340 kg.

5.20 **1)** Keine lineare Funktion; die Gerade ist parallel zur y-Achse
2) Keine lineare Funktion; der Graph besteht nur aus einzelnen Punkten
3) Lineare Funktion; der Graph ist eine Gerade
4) Keine lineare Funktion; der Graph ist eine Kurve

5.21 **1)** Keine lineare Funktion; $\frac{1}{2x}$ hat nicht die Form $k \cdot x$
2) Lineare Funktion; die Gleichung hat die Form $y = k \cdot x + d$, $k = 3$, $d = \frac{1}{2}$
3) Lineare Funktion; die Gleichung hat die Form $a \cdot x + b \cdot y = c$, $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$
4) Lineare Funktion; die Gleichung hat die Form $y = k \cdot x + d$, $k = 3$, $d = 15$
5) Keine lineare Funktion; $\frac{3}{x + 5}$ hat nicht die Form $k \cdot x$

5.22 a)

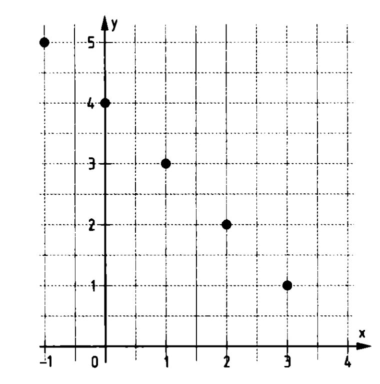
x	y
1	−1
2	1
3	3
4	5

$W_f = [-1; 5]$

b)

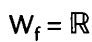
x	y
−1	5
0	4
1	3
2	2
3	1

$W_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

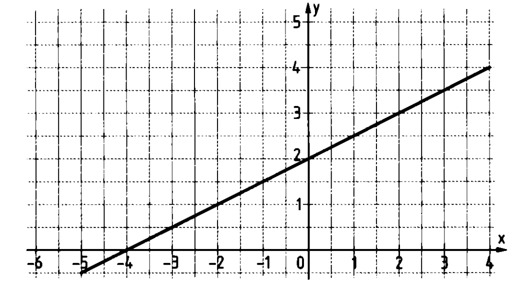


c)

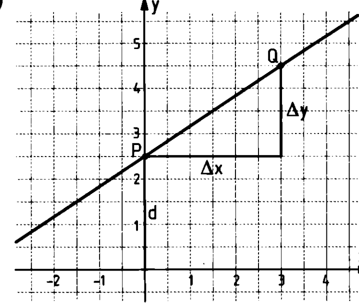
x	y
0	2
2	3
4	4



$W_f = \mathbb{R}$

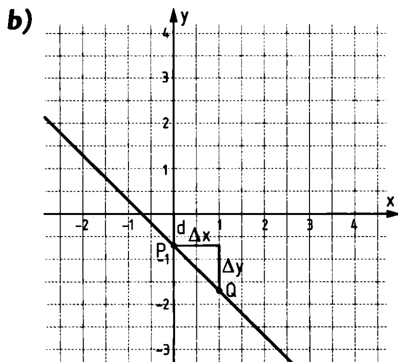


5.23 a)



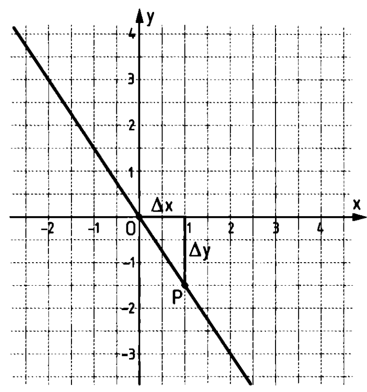
y-Achsenabschnitt $d = \frac{5}{2} = 2{,}5$ einzeichnen
Steigung $k = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta x = 3, \Delta y = 2$ einzeichnen
Gerade durch die Punkte P und Q einzeichnen

b)



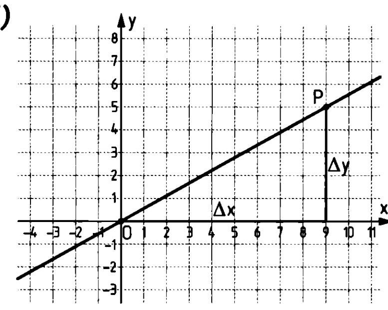
y-Achsenabschnitt $d = -\frac{7}{10} = -0{,}7$ einzeichnen
Steigung $k = -1 \Rightarrow \Delta x = 1, \Delta y = -1$ einzeichnen
Gerade durch die Punkte P und Q einzeichnen

c)



y-Achsenabschnitt d = 0 $\Rightarrow$ die Gerade geht durch den Ursprung
Steigung k = −1,5 $\Rightarrow$ $\Delta x = 1$, $\Delta y = -1{,}5$ einzeichnen
Gerade durch die Punkte O und P einzeichnen

d)



y-Achsenabschnitt d = 0 $\Rightarrow$ die Gerade geht durch den Ursprung
Steigung $k = \frac{5}{9}$ $\Rightarrow$ $\Delta x = 9$, $\Delta y = 5$ einzeichnen
Gerade durch die Punkte O und P einzeichnen

5.25 ***a)*** unterhalb der Geraden ***b)*** oberhalb der Geraden ***c)*** auf der Geraden

5.26 ***a)***

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

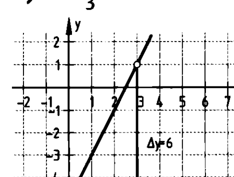
b)

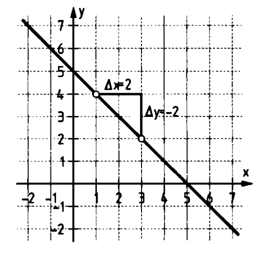
x	2	4	6	8	10
y	20	19	18	17	16

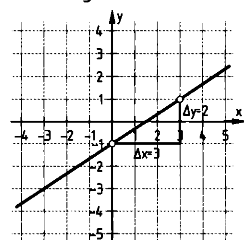
5.27 Die rechte Wertetabelle enthält einen Fehler.
Für jeweils zwei Punkte A, B kann durch $k = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ die Steigung der durch A und B gehenden Gerade ermittelt werden. Für die in der Tabelle A) angegebenen Punkte ergibt das jeweils eine Steigung von k = 2. Die angegebenen Wertepaare sind daher Wertepaare derselben Funktion.
Für die Tabelle B) erhält man mit Ausnahme des Wertepaars (10|31) die Steigung k = 3. Das Wertepaar (10|31) ist daher kein Wertepaar der angegebenen Funktion.
Korrektur durch ***1)*** x = 11 statt x = 10 bzw. ***2)*** y = 28 statt y = 31.

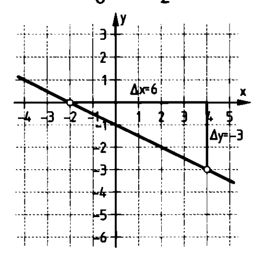
5.29 ***a)*** x = 9; y = 35 ***b)*** x = 9; y = −3

5.30 ***a)*** $k = \frac{6}{3} = 2$ ***b)*** $k = \frac{-2}{2} = -1$ ***c)*** $k = \frac{2}{3}$ ***d)*** $k = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$









5.32 ***a)*** d = 6; $k = -\frac{3}{4}$; $y = -\frac{3}{4}x + 6$; 3x + 4y = 24 ***c)*** d = 0; $k = \frac{3}{4}$; $y = \frac{3}{4}x$; 3x − 4y = 0
b) d = −4; $k = \frac{4}{3}$; $y = \frac{4}{3}x - 4$; 4x − 3y = 12

5.33 ***1)***, ***2)*** und ***4)***
$k = -\frac{3}{2} = \frac{-3}{2} = \frac{3}{-2}$ $\Rightarrow$ $\Delta x = 2$, $\Delta y = -3$ bzw. $\Delta x = -2$, $\Delta y = 3$. In Zeichnung ***1)*** ist $\Delta x = -2$ und $\Delta y = 3$. In den Zeichnungen ***2)*** und ***4)*** ist $\Delta x = 2$ und $\Delta y = -3$. Die Reihenfolge des Eintragens von Δx und Δy ist nicht entscheidend.

5.34 – 5.43

5.34 **a)** $k = \frac{1}{200}$ **b)** $k = 300$ **c)** $k = -\frac{10}{3}$

5.36 **a)** $m = -\frac{m_0}{t_1} \cdot t + m_0$ **b)** $h = \frac{h_2 - h_1}{s_0} \cdot s + h_1$

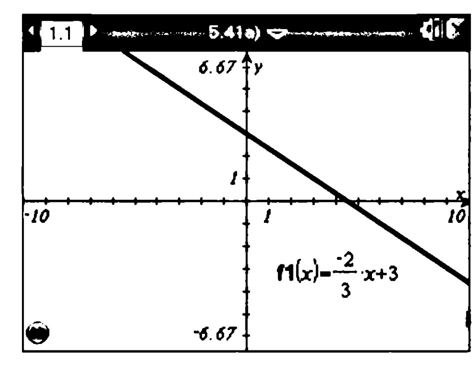
5.37 **a)** $y = x + 4$ **b)** $y = -x - 1$ **c)** $y = -0{,}8x + 0{,}5$

5.38 **a)** $x = -\frac{5}{2}$
Zeichnen der linearen Funktion $y = 2x + 5$. Ablesen der Nullstelle $x_N = -\frac{5}{2}$ aus der Zeichnung.
b) $x = 4$
Umformen der Gleichung auf $3x - 12 = 0$ und zeichnen der linearen Funktion $y = 3x - 12$.
Ablesen der Nullstelle $x_N = 4$ aus der Zeichnung.
c) $x = 5$
Umformen der Gleichung auf $x - 5 = 0$ und zeichnen der linearen Funktion $y = x - 5$.
Ablesen der Nullstelle $x_N = 5$ aus der Zeichnung.
d) $x = \frac{3}{5}$
Umformen der Gleichung auf $5x - 3 = 0$ und zeichnen der linearen Funktion $y = 5x - 3$.
Ablesen der Nullstelle $x_N = \frac{3}{5}$ aus der Zeichnung.

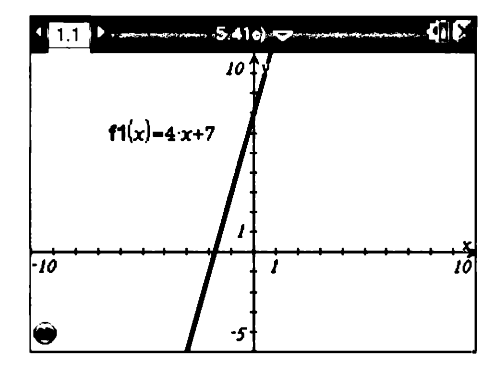
5.39 g_1: $x = -6$; g_2: $x = 5$; g_3: $y = 0$; g_4: $y = -3$; g_5: $y = 8$

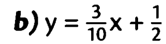
5.40 **a)** N(−6|0); $y = \frac{1}{3} \cdot (x + 6)$ **b)** N(7|0); $y = -1 \cdot (x - 7)$ **c)** N(6|0); $y = -0{,}5 \cdot (x - 6)$

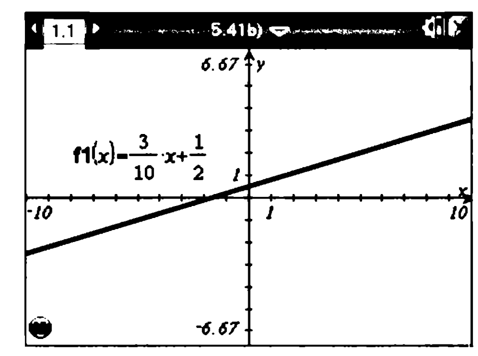
5.41 **a)** $y = -\frac{2}{3}x + 3$



c) $y = 4x + 7$




b) $y = \frac{3}{10}x + \frac{1}{2}$



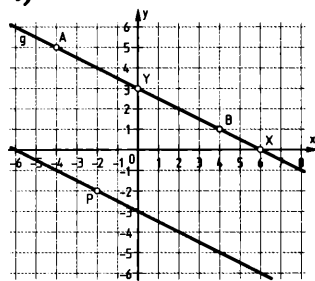
5.42 **a)** A, B, C liegen auf einer Geraden **b)** A, B, C liegen nicht auf einer Geraden

5.43 Jede der drei Gleichungen ist die Funktionsgleichung einer linearen Funktion mit Steigung $k = 3$.
Die grafische Darstellung ergibt drei parallele Geraden.

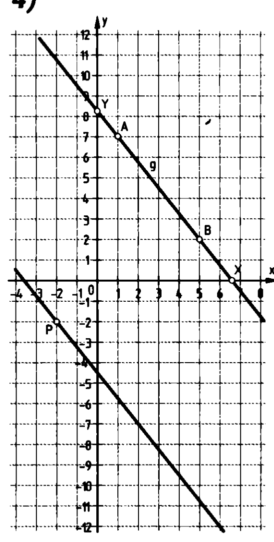
5.44 ***1)*** g_1 und g_2 haben die gleiche Steigung k und verschiedene y-Achsenabschnitte 2k bzw. –3k. g_1 und g_2 sind daher parallele Geraden.
2) g_1 und g_2 haben verschiedene Steigungen und verschiedene y-Achsenabschnitte, aber die gleiche Nullstelle N(1|0).

5.45 **a)** Aus einer mit k ansteigenden Geraden wird eine mit k fallende Gerade. Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt gleich.
b) Aus einer mit k ansteigenden Geraden wird eine mit 2k doppelt so stark ansteigende Gerade. Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt gleich.
c) Aus einer mit k ansteigenden Geraden wird eine zur y-Achse parallele Gerade. Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt gleich.
d) Der Graph wird um zwei Einheiten entgegen der y-Richtung parallelverschoben.
e) Der Graph wird so parallelverschoben, dass er durch den Koordinatenursprung verläuft.
f) Der Graph wird um d in y-Richtung parallelverschoben.

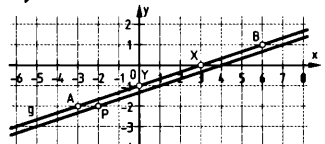
5.46 ***a)*** ***1)*** g: $y = -\frac{1}{2}x + 3$
2) X(6|0); Y(0|3)
3) $y = -\frac{1}{2}x - 3$
4)



b) ***1)*** g: $y = -\frac{5}{4}x + \frac{33}{4}$
2) $X\left(\frac{33}{5}\middle|0\right)$; $Y\left(0\middle|\frac{33}{4}\right)$
3) $y = -\frac{5}{4}x - \frac{9}{2}$
4)



c) ***1)*** g: $y = \frac{1}{3}x - 1$
2) X(3|0); Y(0|–1)
3) $y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$
4)



5.47 Das Steigungsdreieck muss mit $\Delta x = 3$ und $\Delta y = -4$ (oder mit $\Delta x = -3$ und $\Delta y = 4$) bzw. die Steigung muss mit $k = \frac{-4}{3}$ gewählt werden.
Die Gerade $y = k \cdot x + d$ hat die Steigung $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Eine zu y normale Gerade hat die Steigung $k_n = \frac{\Delta y_n}{\Delta x_n} = -\frac{1}{k} = -\frac{\Delta x}{\Delta y}$. (Zähler und Nenner vertauschen und das Vorzeichen ändern.)

5.48 ***a)*** 50,943... % ***b)*** $37{,}08\dot{3}$ % ***c)*** 31,25 %

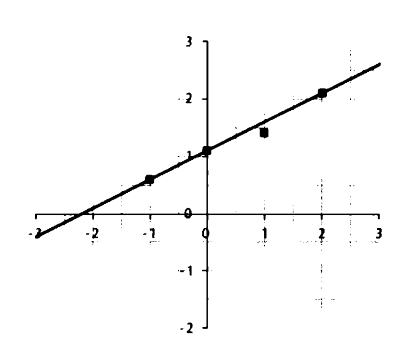
5.49 ***1)*** h = 25 m; s = 1,000 31... km
2) h = 50 m; s = 1,001 24... km
3) h = 70 m; s = 1,002 44... km
Die Zunahme des Prozentsatzes bewirkt bei gleich bleibender Streckenlänge in horizontaler Richtung eine entsprechende Zunahme der Streckenlänge in vertikaler Richtung (zum Beispiel bewirkt eine Verdopplung des %-Satzes in horizontaler Richtung eine Verdopplung der Länge h). Über die Zunahme der Streckenlänge s kann keine einfache Aussage gemacht werden.

5.50 ***a)*** $k = 1$ ***b)*** $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ***c)*** $k = \sqrt{3}$

5.51 Nein. Je größer der Winkel, desto größer wird Δy. Wird der Winkel 90°, so wird Δy unendlich groß.

5.53 ***1)*** $y = 2x + 3 \Rightarrow y = -2x + 3$, $N\left(\frac{3}{2}\middle|0\right)$
Aus der mit $k = 2$ steigenden Geraden wird eine mit $k = -2$ fallende Gerade. Der y-Achsenabschnitt $d = 3$ bleibt unverändert.
2) $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 3$, keine Nullstelle
Aus der mit $k = 2$ steigenden Geraden wird eine zur x-Achse parallele Gerade. $d = 3$ bleibt unverändert.
3) $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 2x$, $N(0|0)$
Die Gerade wird um -3 in y-Richtung verschoben und verläuft jetzt durch den Koordinatenursprung.
4) $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 0$, unendlich viele Nullstellen
Aus der Gerade mit $k = 2$ und $d = 3$ wird wegen $k = 0$ und $d = 0$ eine mit der x-Achse identische Gerade.

5.54 Der falsche y-Wert ergibt einen Punkt, der nicht auf dem Graph der gegebenen linearen Funktion liegt.
$y = 0{,}5x + 1{,}1$



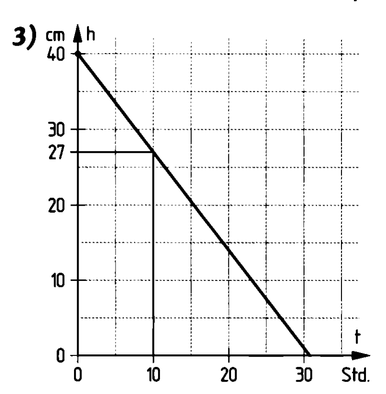
Einzeichnen der durch die Wertepaare gegebenen Punkte macht den falschen Wert $y = 1{,}4$ ersichtlich.
Berechnen der Steigung $k = 0{,}5$ mithilfe der Wertepaare $(-1|0{,}6)$ und $(0|1{,}1)$.
Ablesen des y-Achsenabschnitts $d = 1{,}1$ aus dem Wertepaar $(0|1{,}1)$.
Angeben der Funktionsgleichung.
Zeichnen der Geraden.

5.55 1 500 ℓ nach 12 Minuten bzw. 0 ℓ nach 15 Minuten.

5.61 ***1)*** 302 Minuten bei Anbieter A, 80,4 Minuten bei Anbieter B
2) $15 \frac{\text{Cent}}{\text{min}}$

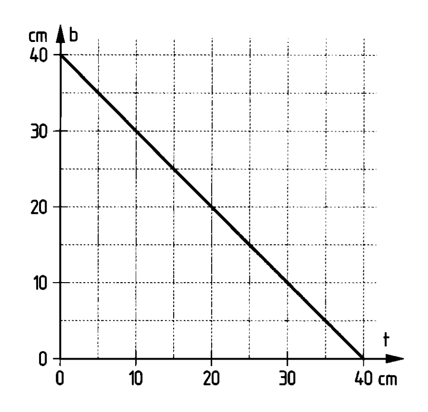
5.62 Taxitarif, Stromtarif, Punktekarte für Schilifte, Telefontarif, Mietkosten für Transporter

5.63 ***1)*** $h(t) = -1{,}3 \text{ cm} \cdot t + 40 \text{ cm}$
2) 30,769... Stunden
3)



5.64 $b(a) = -a + 40\text{ cm}$

Die Funktion ist linear, weil die Funktionsgleichung die Form $y = k \cdot x + d$ mit $k = -1$ und $d = 40\text{ cm}$ hat.
Werte zwischen 0 und 40 cm sind sinnvoll.

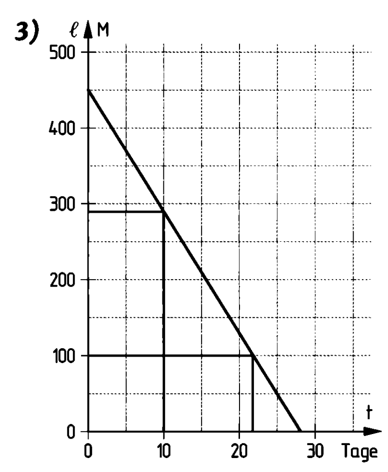


5.65 ***1)*** $M(t) = -16\,\frac{\ell}{d} \cdot t + 450\,\ell$

290 ℓ; 21,875 Tage

2) 28,125 Tage

3)



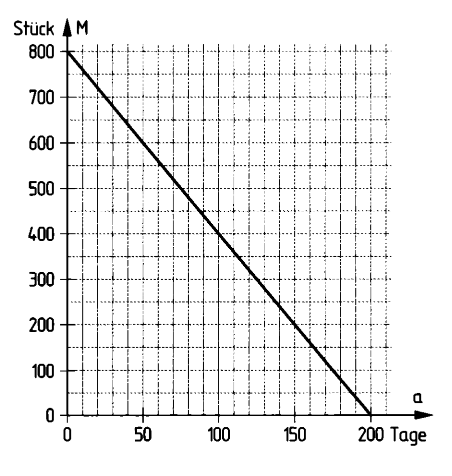
5.66 ***1)*** $M(t) = -4\,\frac{\text{Stück}}{d} \cdot t + 800\text{ Stück}$

2) 632 Stück

3) 75 Tage

4) 240 Stück

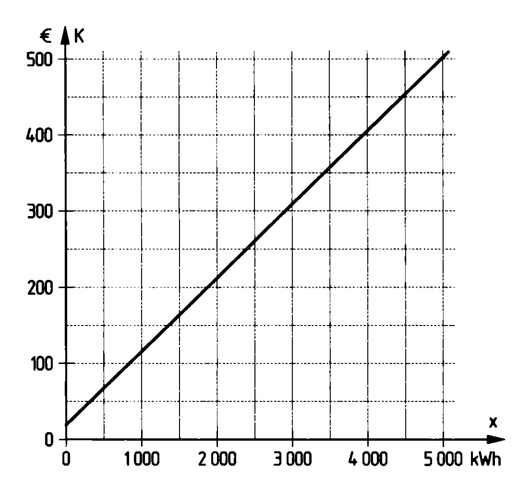
5) Die Elemente der Definitionsmenge sind Stückzahlen von Handtüchern. Die Definitionsmenge ist daher diskret. Dadurch ergibt sich eine endliche Menge von Wertepaaren, die durch eine endliche Anzahl von Punkten dargestellt werden müssten.



5.67 **1)** $K(x) = 0{,}096\,5\,\frac{€}{kWh} \cdot x + 19{,}20\,€$

2) Der Graph geht durch den Koordinatenursprung (hat aber die gleiche Steigung).

3) Die geänderte Funktionsgleichung lautet $K(x) = 0{,}106\,15\,\frac{€}{kWh} \cdot x + 19{,}20\,€$.
Die variablen Kosten erhöhen sich von 9,65 Cent auf 10,615 Cent. Die Fixkosten bleiben mit 19,20 € unverändert.



5.68 **1)** $K(x) = 117{,}00\,\frac{€}{Stück} \cdot x + 348\,500{,}00\,€$

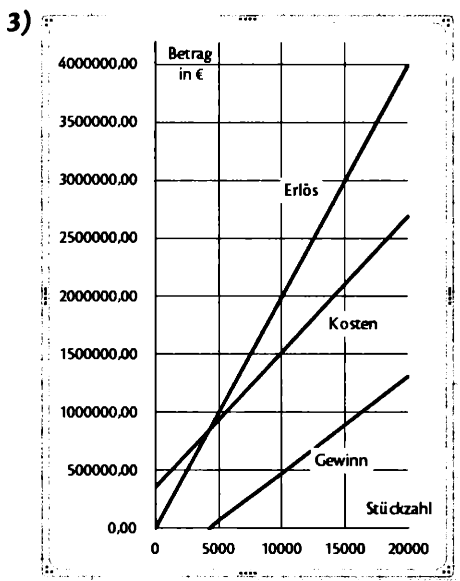
$E(x) = 199{,}90\,\frac{€}{Stück} \cdot x$

$G(x) = 82{,}90\,\frac{€}{Stück} \cdot x - 348\,500{,}00\,€$

2)

x in Stück	K in €	E in €	G in €
5000	933500,00	999500,00	66000,00
10000	1518500,00	1999000,00	480500,00
20000	2688500,00	3998000,00	1309500,00

3)



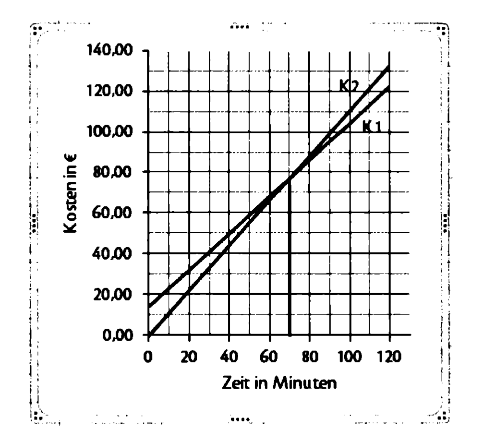
5.69 **1)** $16{,}80\,\frac{€}{Stück}$ **2)** 6 667 Stück

5.70 **1)** Tarif 1: $K_1(t) = 1{,}10\,\frac{€}{min} \cdot t$

Tarif 2: $K_2(t) = 0{,}90\,\frac{€}{min} \cdot t + 14{,}00\,€$

2) Bis 70 Minuten Fahrzeit ist Tarif 1 günstiger, über 70 Minuten Tarif 2.

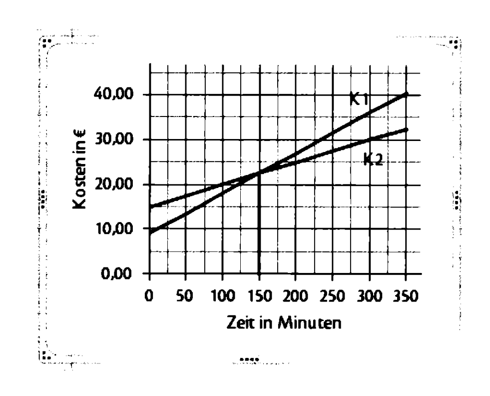
t in min	K_1 in €	K_2 in €
0	0,00	14,00
20	22,00	32,00
40	44,00	50,00
60	66,00	68,00
70	77,00	77,00
80	88,00	86,00
90	99,00	95,00
100	110,00	104,00
110	121,00	113,00
120	132,00	122,00



5.71 ***1)*** Tarif 1: $K_1(t) = 0{,}09\,\frac{€}{min} \cdot t + 9{,}00\,€$

Tarif 2: $K_2(t) = 0{,}05\,\frac{€}{min} \cdot t + 15{,}00\,€$

A	B	C	D
	t	K_1	K_2
2	in min	in €	in €
3	0	9,00	15,00
4	50	13,50	17,50
5	100	18,00	20,00
6	150	22,50	22,50
7	200	27,00	25,00
8	250	31,50	27,50
9	300	36,00	30,00
10	350	40,50	32,50



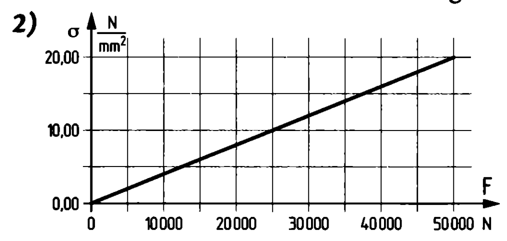
2) 7,20 €

3) Der Graph setzt sich nun aus zwei Geradenstücken zusammen. Das erste Stück ist parallel zur t-Achse mit K-Wert 9,00 € und t-Werten von 0 bis 100 Minuten. Das zweite Stück beginnt beim Endpunkt des ersten beim t-Wert 100 Minuten und ist parallel zum ursprünglichen Graph. Jedes Geradenstück wird durch eine eigene Funktionsgleichung beschrieben, das erste mit $K(t) = 9{,}00\,€$ und das zweite mit $K(t) = 0{,}09\,\frac{€}{min} \cdot t$.

5.72 ***1)*** Ja. $\sigma(F) = \frac{1}{A} \cdot F$ ist die Funktionsgleichung einer linearen Funktion mit Steigung $k = \frac{1}{A}$ (die Querschnittsfläche $A = 2\,500\ mm^2$ ist konstant) und y-Achsenabschnitt $d = 0$.

Nein. Bei $\sigma(A) = \frac{F}{A}$ steht die unabhängige Variable A im Nenner (die Kraft F ist konstant). Das ist bei linearen Funktionen nicht möglich.

2)

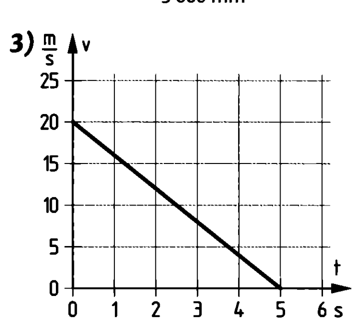


3) Die Querschnittsfläche A müsste geändert werden. $\sigma(F) = \frac{F}{3\,000\ mm^2}$

5.73 ***1)*** 5 s

2) $12\,\frac{m}{s}$

3)



5.74 **1)** $s_{PKW}(t) = 115\,\frac{km}{h} \cdot t$ bzw.

$s_{LKW}(t) = 85\,\frac{km}{h} \cdot t + 40\text{ km}$

2) 1 h 20 min nach Fahrtbeginn
153,$\dot{3}$ km von Salzburg entfernt

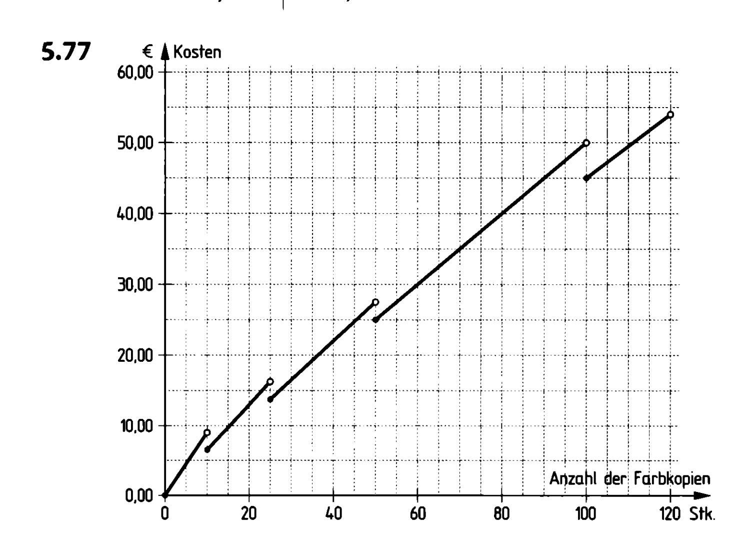
3)

5.75 **1)**

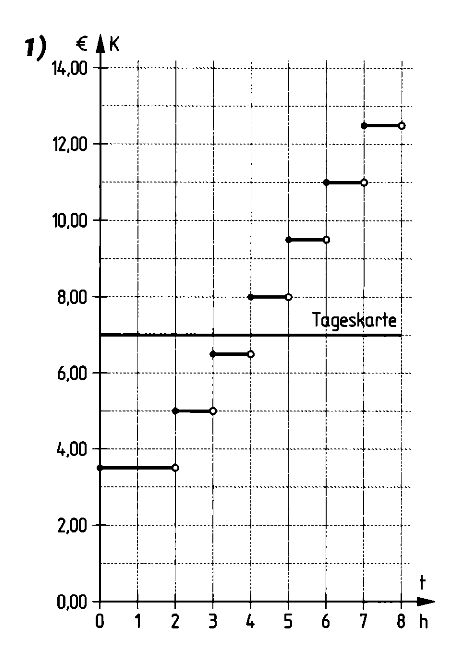
Einkaufssumme	Höhe der Gutschrift
1 000,00 €	20,00 €
4 000,00 €	80,00 €
5 000,00 €	100,00 €
5 500,00 €	165,00 €
6 000,00 €	180,00 €

2) Für Frau Martinu lohnt es sich, es werden ihr dann 150,03 € statt 99,92 € gutgeschrieben.

5.77

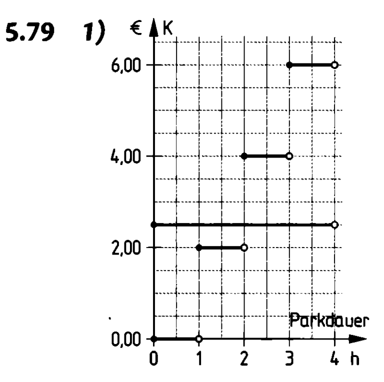


5.78 **1)**



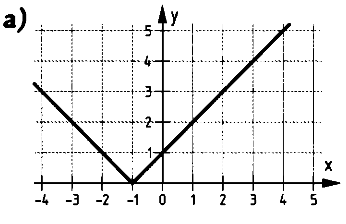
2) Ab einer Badezeit von mehr als 4 Stunden.

5.79 **1)**

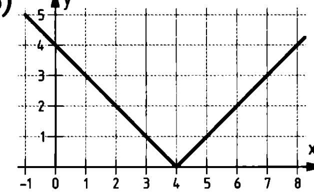


2) Ab einer Parkdauer von mehr als 2 Stunden ist dieses Ticket günstiger.
Man erspart sich höchstens 3,50 €.

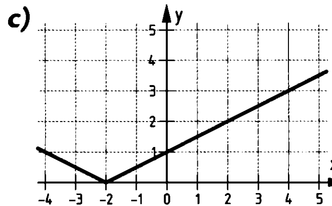
5.81 **a)**



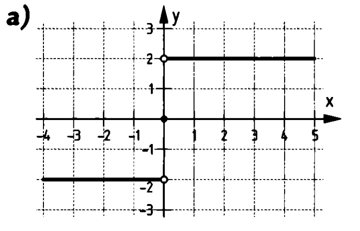
b)



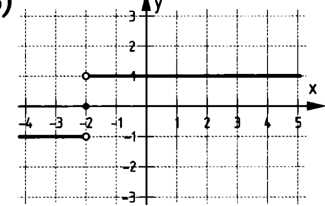
c)



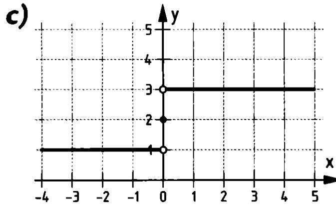
5.82 **a)**



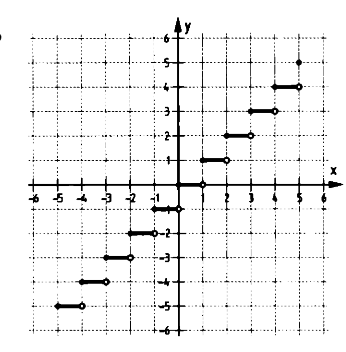
b)



c)

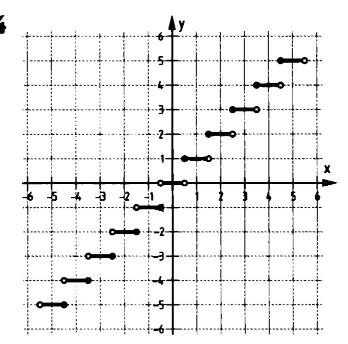


5.83



$\lfloor 2{,}5 \rfloor = 2$
$\lfloor 1 \rfloor = 1$
$\lfloor -1{,}2 \rfloor = -2$

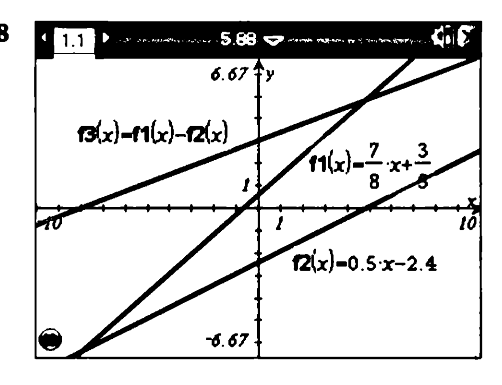
5.84



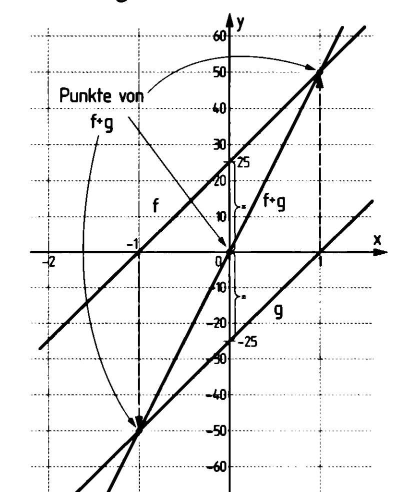
5.86 **a)** $y(x) = \begin{cases} 4 & \text{für } 0 \leqslant x < 2 \\ -\frac{3}{2}x + 9 & \text{für } 2 \leqslant x \leqslant 6 \\ 5 & \text{für } 6 < x \leqslant 10 \end{cases}$

b) $y(x) = \begin{cases} -2x + 6 & \text{für } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 5 & \text{für } 2 < x < 6 \\ x - 4 & \text{für } 6 \leqslant x \leqslant 10 \end{cases}$

5.88



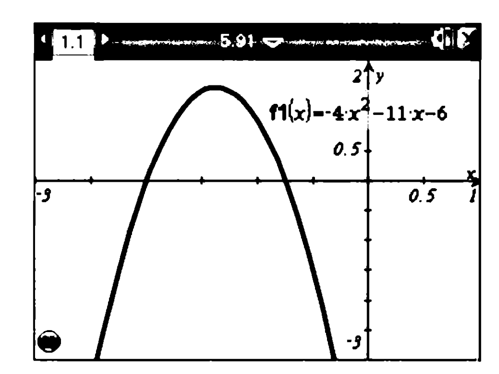
5.89 $f(x) + g(x) = 100x$ bzw. $f(x) - g(x) = 50$
Beide Ergebnisse sind wieder lineare Funktionen.



Punkte von f-g
f-g
f
g

5.90 Die Gewinnfunktion muss von der Erlösfunktion subtrahiert werden, um die Kostenfunktion zu erhalten. $K(x) = 1\,400{,}00\,\frac{€}{\text{Stück}} \cdot x + 570\,000{,}00\,€$

5.91 $f(x) \cdot g(x) = -4x^2 - 11x - 6$

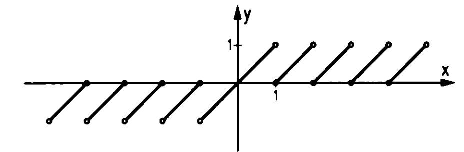


Die Funktionsgleichung hat nicht die Form $y = k \cdot x + d$. Der Graph ist keine Gerade, das Ergebnis ist daher keine lineare Funktion.

5.92 ***1)*** $y_1 + y_2 = 2x + 3$ ***2)*** $y_1 + y_3 = y_1 = 2x + 1$ ***3)*** $y_1 \cdot y_2 = 4x + 2$ ***4)*** $y_1 \cdot y_3 = 0$

$y_1 + y_2$ ist gegenüber y_1 um $y_2 = 2$ in y-Richtung verschoben.
$y_1 + y_3$ fällt mit y_1 zusammen, da die Addition von $y_3 = 0$ den Graph von y_1 unverändert lässt.
$y_1 \cdot y_2$ hat wegen $y_2 = 2$ eine doppelt so große Steigung wie y_1 und einen doppelt so großen y-Achsenabschnitt.
$y_1 \cdot y_3$ fällt mit y_3 zusammen, da die Multiplikation von y_1 mit $y_3 = 0$ die Steigung null und den y-Achsenabschnitt null ergibt.

5.93



Der Nachkommaanteil einer Zahl wird durch diese Differenz angegeben.

5.94

$$P_1(x) = 5{,}60\,\tfrac{€}{\ell} \cdot x \text{ bzw. } P_2(x) = \begin{cases} 2{,}50\,€ \text{ für } 0\,\ell < x \leq 10\,\ell \\ 5{,}00\,€ \text{ für } 10\,\ell < x \leq 20\,\ell \\ 7{,}50\,€ \text{ für } 20\,\ell < x \leq 30\,\ell \end{cases}$$

Durch Addition der beiden Funktionen ergibt sich eine Funktion für den zu bezahlenden Betrag.

$$P(x) = \begin{cases} 5{,}60\,\tfrac{€}{\ell} \cdot x + 2{,}50\,€ \text{ für } 0\,\ell < x \leq 10\,\ell \\ 5{,}60\,\tfrac{€}{\ell} \cdot x + 5{,}00\,€ \text{ für } 10\,\ell < x \leq 20\,\ell \\ 5{,}60\,\tfrac{€}{\ell} \cdot x + 7{,}50\,€ \text{ für } 20\,\ell < x \leq 30\,\ell \end{cases}$$

5.95 ***1)*** Einheit auf Karte : Einheit in Wirklichkeit = 1 : 50 000
2) Anteil der Flüssigkeit 1 : Anteil der Flüssigkeit 2 = 2 : 3
3) Anzahl der Zähne des Zahnrad 1 : Anzahl der Zähne des Zahnrad 2 = 1 : 2

5.98 ***1)*** Maximilian : Sophie : Anna = 1 : 2 : 6
2) Sophie : Anna = 2 : 6

5.100 ***1)*** 170 cm; jeweils 10 cm ***2)*** 4 000 Bakterien; Multiplikation mit 2

5.103 ***a)*** ***1)*** und ***3)*** entsprechen der gegebenen Gleichung.
Vertauschen der Außenglieder und Vertauschen der Innenglieder ergibt ***1)***.
Umformen der Gleichung auf die Produktgleichung und Division durch vier ergibt ***3)***.
b) ***2)*** und ***3)*** entsprechen der gegebenen Gleichung.
Anschreiben der Gleichung als Produktgleichung ergibt ***2)***.
Vertauschen der Innenglieder ergibt ***3)***.

5.104 ***a)*** $\frac{8}{7}$ ***b)*** 5,4 ***c)*** 0,75 ***d)*** $\frac{200}{9}$

5.105 ***a)*** 3,36 ***b)*** 4 ***c)*** $\frac{45}{88}$ ***d)*** 16,875

5.106 ***a)*** 16 ***b)*** $\frac{23}{27}$ ***c)*** 10

5.107 ***a)*** $\frac{31}{16}$ ***b)*** $\frac{134}{72}$ ***c)*** 15 ***d)*** 35 ***e)*** $-\frac{1}{5}$ ***f)*** $-\frac{1}{8}$

5.108 ***a)*** $x = \frac{3a}{4}$ ***b)*** $x = \frac{1}{2ab^2}$ ***c)*** $x = \frac{27a^2}{4}$

5.109 ***a)*** $x = \frac{b^2 + b}{a + 1}$ ***b)*** $x = \frac{3ab + 2b}{ab - b}$ ***c)*** $x = \frac{4 - a}{2 - 5a}$

5.110 ***a)*** $x = 3$ ***b)*** $x = \frac{u + v}{2 - u + v}$ ***c)*** $x = \frac{9p}{p - 2}$

5.111 ***1)*** B) ***2)*** Das erste Zahnrad hat doppelt so viele Zähne wie das zweite.

5.112 ***a)*** 2 750 min^{-1} ***b)*** 24 min^{-1} ***c)*** 22 ***d)*** 480

5.113 ***1)*** 100 N ***2)*** Die notwendige Kraft verdoppelt sich.

5.114 ***1)*** 2,31 kg ***2)*** $m_1 \cdot \ell_1 = m_2 \cdot \ell_2$, das Hebelgesetz.

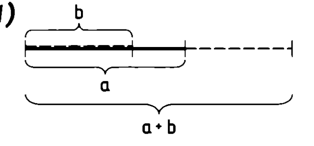
5.115 $\alpha = 66°$, $\beta = 24°$

5.116 $\alpha = 54°$, $\beta = 126°$

5.117 $\ell = 26{,}307...$ cm $\approx 26{,}3$ cm, $b = 11{,}692...$ cm $\approx 11{,}7$ cm

5.118 ***1)*** Der zweite Unternehmer hat Recht.
Im Verhältnis 1 : 3 aufteilen bedeutet, dass der erste Unternehmer einen Teil und der zweite drei Teile erhält. Das sind insgesamt vier Teile, also für den ersten Unternehmer ein Viertel.
2) 1 : 4
3) Der erste Unternehmer erhält 45 000,00 €, der zweite 105 000,00 €.

5.119 ***1)***



Die gesamte Strecke (a + b) verhält sich zur längeren Strecke a gleich wie die längere Strecke a zur kürzeren Strecke b.

2) Panthenon in Athen, Altes Rathaus in Leipzig, Dom von Florenz
3) Architektur, Malerei, Verhältnisse von Teilen des menschlichen Körpers

5.120 ***a)*** a : b = 2 : 7 ***b)*** u : v = 1 : 5 ***c)*** n : m = 1 : 10
a : c = 2 : 5 v : w = 3 : 4 m : o = 1 : 10
b : c = 7 : 5 u : w = 3 : 20 n : o = 1 : 100

5.121 ***a)*** $t_1 : t_2 = 1 : 2$ ***b)*** $V_1 : V_2 = 1 : 3$ ***c)*** $\eta_1 : \eta_2 = 42 : 43$
$t_2 : t_3 = 5 : 7$ $V_2 : V_3 = 1 : 3$ $\eta_2 : \eta_3 = 86 : 87$
$t_1 : t_3 = 5 : 14$ $V_1 : V_3 = 1 : 9$ $\eta_1 : \eta_3 = 28 : 29$

5.122 ***a)*** $a : b : c = 3 : 5 : 20$ ***b)*** $a : b : c = 6 : 9 : 1$ ***c)*** $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 10 : 20$ ***d)*** $F_1 : F_2 : F_3 = 10 : 18 : 35$

5.123 ***a)*** $u : v : w = 8 : 2 : 3$ ***b)*** $a : b : c = 28 : 3 : 9$ ***c)*** $x : y : z = 3 : \frac{36}{5} : \frac{1}{3}$

5.124 ***a)*** $r : s : t = 27 : 12 : 28$ ***b)*** $a : b : c = 1 : 25 : 16$ ***c)*** $\ell : b : h = 2{,}5 : 2{,}7 : 2{,}25$

5.125 ***1)*** a und b ergeben zusammen fünf Teile, das ist weniger als die sechs Teile der Seite c. Es wäre $a + b < c$, das ist bei einem Dreieck nicht möglich.
2) $a : b : c = 3 : 2 : 4$; $a = 9$ cm $\Rightarrow$ $b = 6$ cm, $c = 12$ cm

5.126 380 kg Zement und 228 kg Wasser
$2{,}508\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$; die 5 Teile Sand, 1 Teil Zement und 0,6 Teile Wasser ergeben zusammen eine Masse von 2 508 kg je Kubikmeter Beton. Umrechnen auf Kubikdezimeter ergibt die gesuchte Dichte. Das Wasser wird beim Aushärten praktisch zur Gänze im Beton gebunden. Die Dichte von ausgehärtetem Beton entspricht daher ungefähr der Dichte von nassem Beton.

5.127 $\alpha = 55°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 65°$

5.128 im Verhältnis 3 : 25 : 40; 18 970,50 €; 158 087,50 €; 252 940,00 €

5.129 127,058... km ≈ 127 km, 211,764... km ≈ 212 km, 141,176... km ≈ 141 km

5.130 ***1)*** Arithmetisches Mittel. Es ist üblich anzugeben, um wie viele Besucher sich die Besucheranzahl ändert. Änderungen werden also mit Hilfe der Differenz beschrieben.
2) Geometrisches Mittel. Es ist üblich anzugeben, um welchen Faktor (um das wie Vielfache) sich ein Wert zum Beispiel gegenüber dem Vorjahr geändert hat.
3) Geometrisches Mittel. Genormte Schraubengrößen sind so gewählt, dass die Schraubenquerschnitte gleichmäßig zunehmen. Dadurch ergibt sich der „mittlere" Schraubendurchmesser als geometrisches Mittel.

5.131 ***a)*** geometrisch ***b)*** – ***c)*** – ***d)*** arithmetisch ***e)*** geometrisch ***f)*** –

5.132 ***a)*** 8 ***b)*** 9 ***c)*** 33 ***d)*** 28

5.133 $a = 10$, $b = 10$, $(a = b)$

5.134 ***a)*** $2 - 37 = 37 - 72$; $2 : 12 = 12 : 72$
b) $1\,250 - 629 = 629 - 8$; $1\,250 : 100 = 100 : 8$
c) $0{,}5 - 342{,}5 = 342{,}5 - 684{,}5$; $0{,}5 : 18{,}5 = 18{,}5 : 684{,}5$
d) $32{,}67 - 17{,}835 = 17{,}835 - 3$; $32{,}67 : 9{,}9 = 9{,}9 : 3$

5.135 1 km – 500,000 5 m = 500,000 5 m – 1 mm; 1 km : 1 m = 1 m : 1 mm
Verschiedene Längeneinheiten stehen über Verhältniszahlen (und nicht über Differenzen) miteinander in Beziehung, der geometrische Mittelwert eignet sich daher besser.

5.136 131,5 km
Da die Etappen täglich um die gleiche Strecke kürzer werden (Differenz), kann die zweite Etappe auch als arithmetisches Mittel der beiden anderen Etappen berechnet werden.

5.137 ***1)*** 210 mm ***2)*** 420 mm : $b_{A3} = h_{A4}$: 210 mm; $b_{A3} = 296{,}984...$ mm ≈ 297 mm
3) Geometrisches Mittel. Es werden Verhältnisse verwendet.

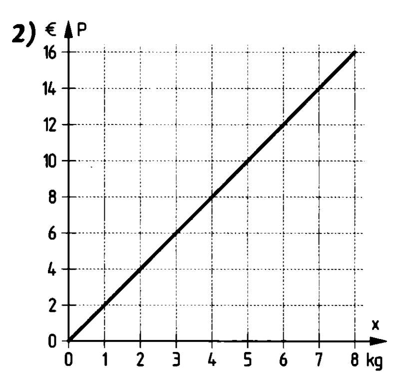
5.138 23,473... mm ≈ 23,5 mm

5.139 ***a)*** 211 459,357... € ≈ 211 459,36 € ***b)*** 212 245,00 €

5.140 ***a)*** 26,253... € ≈ 26,25 € ***b)*** 20,308... € ≈ 20,31 €

5.141 ***1)*** $P(x) = 2{,}00\,\frac{€}{kg} \cdot x$

2)



Der Graph ist eine Gerade.

5.143 ***a)*** Nicht proportional. $A(r) = \pi \cdot r^2$ hat die Form $y = k \cdot x^2$, das ist weder direkt noch indirekt proportional.

b) Direkt proportional. $s(t) = v \cdot t$ hat die Form $y = k \cdot x$.

c) Indirekt proportional. $v(t) = \frac{s}{t}$ hat die Form $y = \frac{k}{x}$.

d) Nicht proportional. $\sigma(a) = \frac{F}{a^2}$ hat die Form $y = \frac{k}{x^2}$, das ist weder direkt noch indirekt proportional.

e) Direkt proportional. $V(h) = r^2\pi \cdot h$ hat die Form $y = k \cdot x$.

5.144 ***1)*** Direkt proportional. $u = 2\pi \cdot r$ hat die Form $y = k \cdot x$.

2) Indirekt proportional. $V = G \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{G}$ hat die Form $y = \frac{k}{x}$.

3) Direkt proportional. $p = \frac{1}{A} \cdot F$ hat die Form $y = k \cdot x$.

4) Keines von beiden. Die Kochzeit ist, unabhängig von der Anzahl der zu kochenden Eier, konstant.

5) Indirekt proportional. Je mehr Maler eine Arbeit ausführen, desto weniger Zeit wird benötigt.

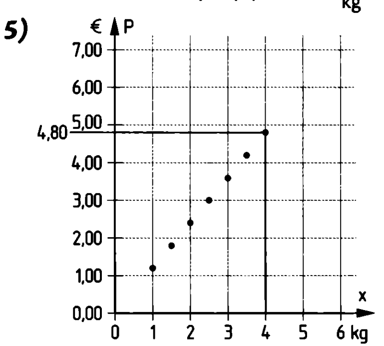
6) Keines von beiden bei Freiminuten. Die Telefonkosten sind von der Gesprächsdauer unabhängig.
Keines von beiden bei Grundgebühr. Auch wenn nicht telefoniert wird, ist die Grundgebühr zu bezahlen.
Andernfalls direkt proportional. $K(t) = \frac{\text{Kosten}}{\text{Zeiteinheit}} \cdot t$ hat die Form $y = k \cdot x$.

5.145 ***1)*** direkt proportional ***2)*** 4,80 € ***3)*** $P(x) = 1{,}20\,\frac{€}{kg} \cdot x$

4)

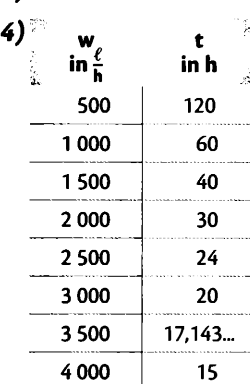
Verkaufsmenge in kg	Preis in €
1	1,20
1,5	1,80
2	2,40
2,5	3,00
3	3,60
3,5	4,20
4	4,80

5)

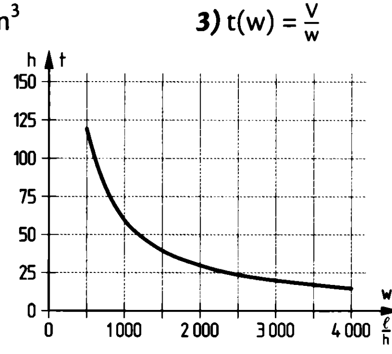


5.146 ***1)*** 60 Stunden ***2)*** 60 m^3 ***3)*** $t(w) = \frac{V}{w}$

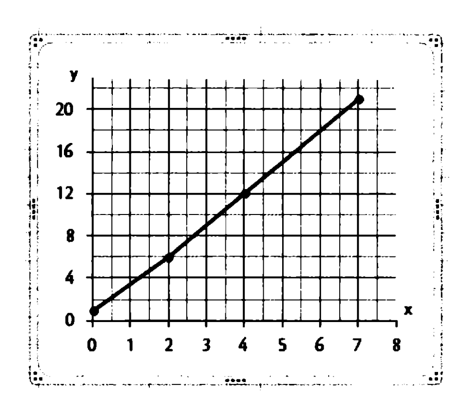
4)



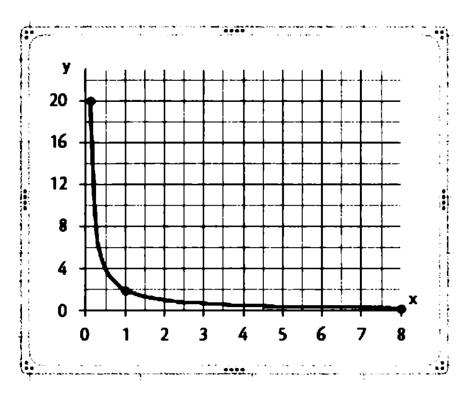
w in $\frac{\ell}{h}$	t in h
500	120
1 000	60
1 500	40
2 000	30
2 500	24
3 000	20
3 500	17,143...
4 000	15



5.148 ***a)*** Der erste Punkt scheint nicht auf der durch den zweiten, den dritten und den vierten Punkt gehenden Geraden zu liegen. Es ist daher anzunehmen, dass weder ein direkt proportionaler noch ein indirekt proportionaler Zusammenhang vorliegt.
Überprüfung:
$k = \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3$
Für $x = 0$ müsste daher $y = k \cdot x = 3 \cdot 0 = 0$ und nicht $y = 1$ gelten.
Die Vermutung ist richtig.

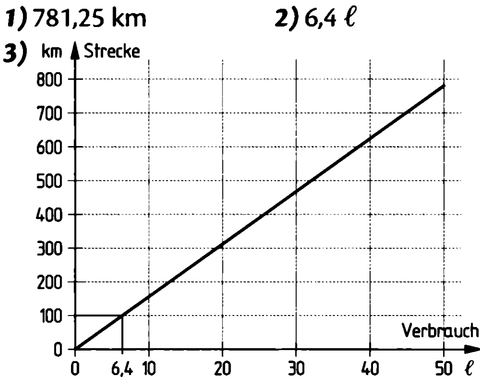


b) Die drei Punkte scheinen auf einer für indirekt proportionalen Zusammenhang typischen Kurve zu liegen.
Überprüfung:
$k = x \cdot y = 1 \cdot 2 = 8 \cdot 0,125 = 0,1 \cdot 20 = 2$
Die Vermutung ist richtig. Es liegt ein indirekt proportionaler Zusammenhang vor.



5.149 ***1)*** 781,25 km ***2)*** 6,4 ℓ

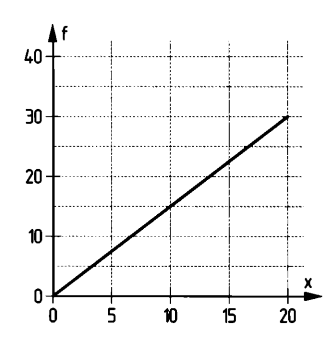
3)



Durch Ablesen der für eine gefahrene Strecke s von 100 km notwendigen Dieselmenge.

5.150 k = 1,5

$f(x) = 1{,}5 \cdot x$

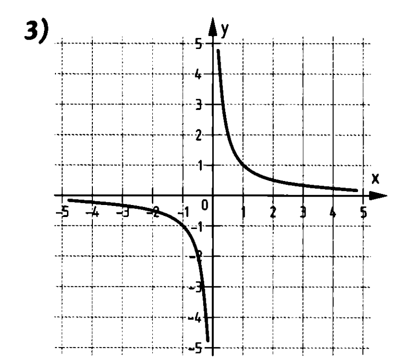


5.151 ***a) 1)*** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2)

x	y
−3	$-0,\dot{3}$
−2	−0,5
−1	−1
0	nicht definiert
1	1
2	0,5
3	$0,\dot{3}$

3)

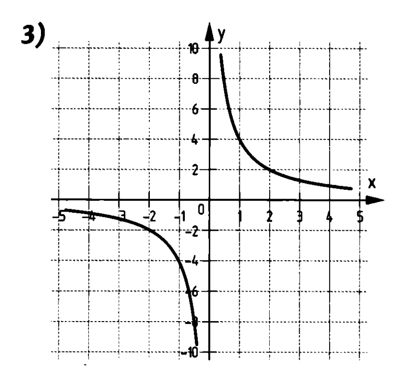


b) 1) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2)

x	y
−4	−1
−2	−2
−1	−4
0	nicht definiert
1	4
2	2
4	1

3)

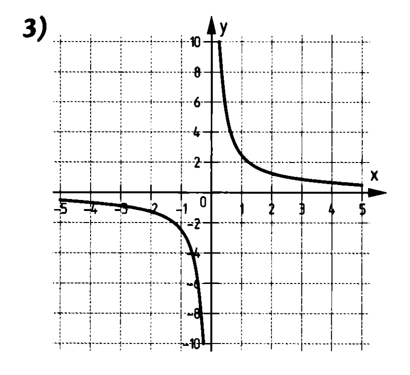


c) 1) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2)

x	y
−3	$-0,8\dot{3}$
−2	−1,25
−1	−2,5
0	nicht definiert
1	2,5
2	1,25
3	$0,8\dot{3}$

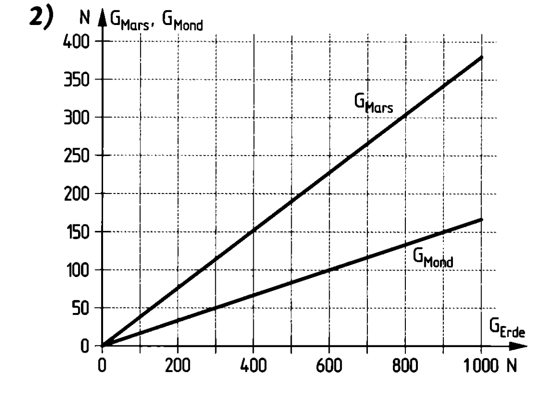
3)



5.152 ***1)*** $G_{Mond} = \frac{1}{6} \cdot G_{Erde}$ bzw.

$G_{Mars} = 0{,}38 \cdot G_{Erde}$

2)

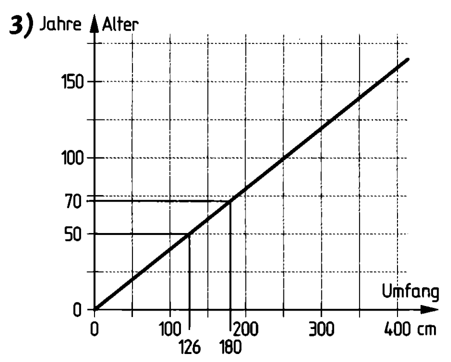


5.153 ***1)*** $a(u) = \frac{u}{\pi \cdot 0{,}8 \frac{cm}{Jahr}}$

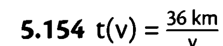
2) 71,619... Jahre

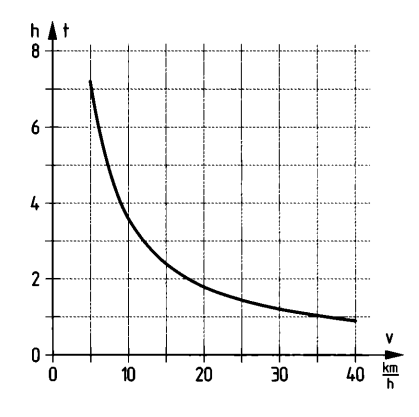
125,663... cm

3)



5.154 $t(v) = \frac{36\text{ km}}{v}$





5.155 Direktes Verhältnis; 2 h 20 min

5.156 Indirektes Verhältnis; 757,894... $min^{-1} \approx 758\ min^{-1}$

5.157 Indirektes Verhältnis; 175,384... $min^{-1} \approx 175\ min^{-1}$

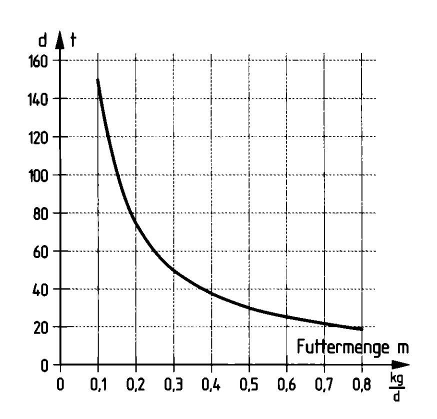
5.158 Indirektes Verhältnis; $18{,}9\dot{7}\ \frac{km}{h} \approx 19\ \frac{km}{h}$

5.159 Indirektes Verhältnis; 4 Arbeiter

5.160 Indirektes Verhältnis; 2 Pumpen

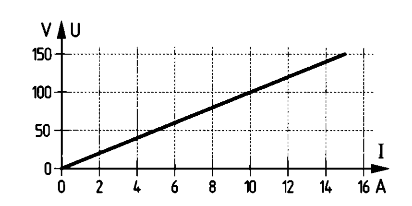
5.161 Indirektes Verhältnis; in 5,6 Tagen

5.162 ***1)*** $t(m) = 15\ \text{kg} \cdot \frac{1}{m}$
indirekt proportional;
Reziprokfunktion
$t(m) = \frac{15\ \text{kg}}{m}$ hat die Form $y = \frac{k}{x}$
$K(m) = 2{,}66\ \frac{€}{\text{kg}} \cdot m$
direkt proportional;
homogene lineare Funktion
$K(m) = 2{,}66\ \frac{€}{\text{kg}} \cdot m$ hat die Form $y = k \cdot x$

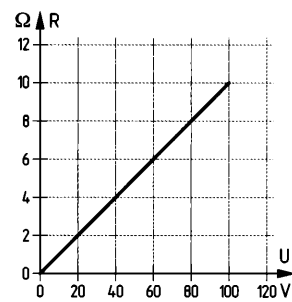


2) Verdoppelt sich der Verbrauch, so verdoppeln sich die Kosten.
Verdoppelt sich der Verbrauch, so halbiert sich die Zeitdauer.

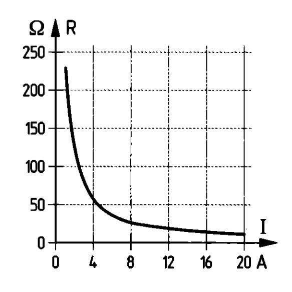
5.163 ***a) 1)*** direkt proportional
$U(I) = 10\ \Omega \cdot I$



2) direkt proportional
$R(U) = \frac{U}{10\ A}$



3) indirekt proportional
$R(I) = \frac{230\ V}{I}$



b) $I = \frac{U}{R} \Rightarrow$ U muss konstant sein, R muss eine Variable sein.

5.164 ***a)*** linke Abb. $b(a) = c \cdot a$; rechte Abb. $a(b) = \frac{c}{b}$
b) linke Abb. $r(z) = \frac{1}{c} \cdot z$; rechte Abb. $z(r) = \frac{2c}{r}$

5.165 ***a) 1)*** Funktion. Jedem x-Wert ist genau ein y-Wert zugeordnet.
2) Funktion. Jedem x-Wert ist genau ein y-Wert zugeordnet.
3) Keine Funktion. Dem x-Wert 2 sind die y-Werte 4 und 6 zugeordnet.
b) 1) Funktion. Eine Gerade ist der Graph einer Funktion.
2) Funktion. Jede y-parallele Gerade schneidet den Graph genau einmal.
3) Keine Funktion. Es gibt eine y-parallele Gerade, die den Graph öfter als einmal schneidet.

5.166 ***1)***

Uhrzeit	10:00	10:30	11:00	12:00	12:30	14:00	14:20	14:50	15:00	16:00
Wassermenge in Liter	20	26	32	44	50	50	60	75	80	110

2)

3) 154 Liter

4) Um 17:28 Uhr

5.167 ***a)*** $y \in [0; 8]$ ***b)*** $y \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ***c)*** $x \in \left[0; \frac{32}{3}\right]$ ***d)*** $x \in \left\{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}\right\}$

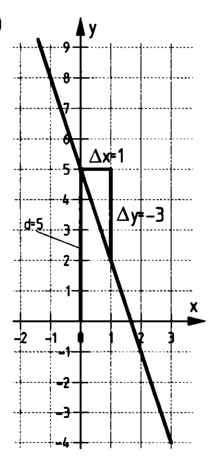
5.168 $A \rightarrow f_5$, $B \rightarrow f_1$, $C \rightarrow f_4$, $D \rightarrow f_2$, f_3 bzw. f_6 sind nicht gezeichnet.

5.169 ***a)*** $k = 0{,}1$ ***b)*** $k = -500$ ***c)*** $k = 0{,}02$

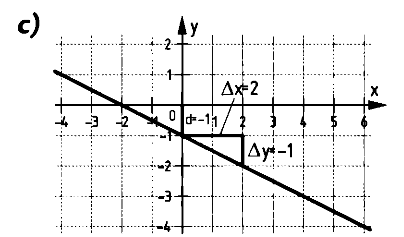
5.170 ***a)*** $y = \frac{3}{4}x + 5$ ***b)*** $y = -\frac{3}{5}x + 2$ ***c)*** $y = 2x - 3$

5.171 ***a)*** $y = 4$ ***b)*** $x = -2$ ***c)*** $y = 0$ ***d)*** $x = 0$

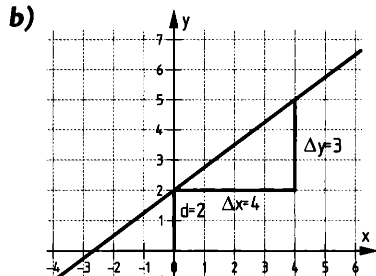
5.172 ***a)***



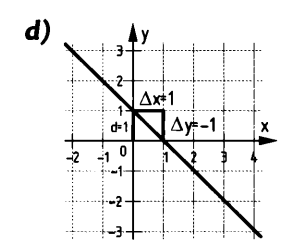
c)



b)



d)



5.173 ***a)*** P liegt oberhalb von g.
b) P liegt oberhalb von g.
c) P liegt unterhalb von g.
d) P liegt auf g.

5.174 ***a)*** ***1)*** $y_P = 3$
2) Ja. Bei Vergrößerung der y-Koordinate bewegt sich der Punkt nach oben.
b) ***1)*** $x_P = -1$
2) Ja. Bei Vergrößerung der x-Koordinate bewegt sich der Punkt nach rechts. Da die Gerade fallend ist, liegt P dadurch oberhalb.
c) ***1)*** $y_P = 3{,}5$
2) Ja. Bei Vergrößerung der y-Koordinate bewegt sich der Punkt nach oben.
d) ***1)*** $x_P = -6$
2) Nein. Bei Vergrößerung der x-Koordinate bewegt sich der Punkt nach rechts. Da die Gerade steigend ist, liegt P dadurch unterhalb.

5.175 ***a)*** ***1)*** h_p: $y = \frac{2}{5}x - 1$ ***2)*** h_n: $y = -\frac{5}{2}x + \frac{27}{2}$ ***b)*** ***1)*** h_p: $y = -2x$ ***2)*** h_n: $y = \frac{1}{2}x - \frac{15}{2}$

5.176 ***a)*** $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
$x_N = 1$
b) $y = \frac{2}{7}x + \frac{16}{7}$
$x_N = -8$

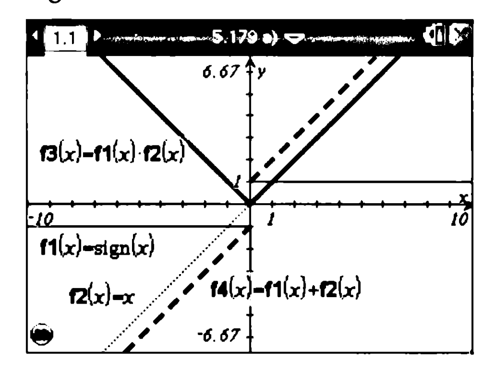
5.177 ***a)*** $y_P = 41$ ***b)*** $x_P = -206{,}25$

5.178 ***1)*** $f_1(x) = \frac{3}{2}x + \frac{4}{2}$ hat die Form $y = k \cdot x + d$ und ist daher eine lineare Funktion.
2) Die unabhängige Variable x kommt quadratisch vor, $f_2(x) = x^2 - 2$ ist daher keine lineare Funktion.
3) $y = 7$ hat die Form $y = k \cdot x + d$ mit $k = 0$ und ist daher eine lineare Funktion.
4) $x = 3$ beschreibt eine zur y-Achse parallele Gerade und ist daher keine lineare Funktion.

5.179 ***a)*** $f_1(x) \cdot f_2(x) = |x|$
Das Ergebnis ist die Betragsfunktion.

$$f_1(x) + f_2(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ x + 1 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Das Ergebnis ist eine stückweise lineare Funktion mit der Steigung von f_2 und einem bezüglich f_2 in y-Richtung um -1 (für $x < 0$) bzw. um $+1$ (für $x > 0$) verschobenen Graph. Für $x = 0$ ist das Ergebnis null.

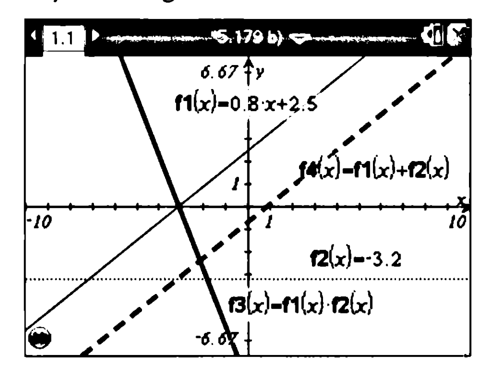


b) $f_1(x) \cdot f_2(x) = -2{,}56x - 8$

Das Ergebnis ist eine lineare Funktion. k bzw. d ergibt sich als Produkt von k von f_1 bzw. d von f_1 mit d von f_2.

$f_1(x) + f_2(x) = 0{,}8x - 0{,}7$

Das Ergebnis ist eine lineare Funktion mit der Steigung von f_1. Der Graph ist gegenüber f_1 um f_2 in y-Richtung verschoben.

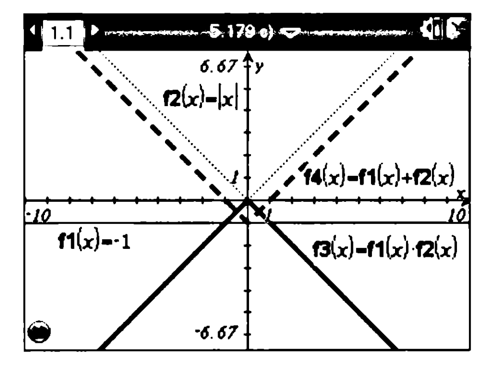


c) $f_1(x) \cdot f_2(x) = -|x|$

Das Ergebnis ist der an der x-Achse gespiegelte Graph von f_2.

$f_1(x) + f_2(x) = |x| - 1$

Das Ergebnis ist der um f_1 in y-Richtung verschobene Graph von f_2.

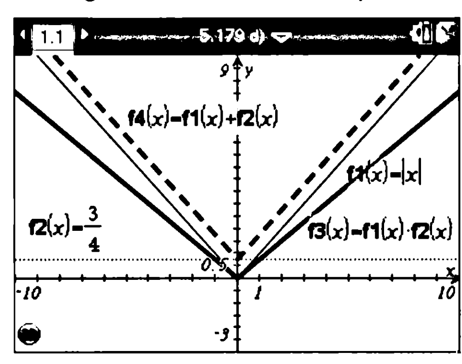


d) $f_1(x) \cdot f_2(x) = \frac{3}{4} \cdot |x|$

Das Ergebnis ist die mit dem Faktor 0,75 multiplizierte Betragsfunktion. Die Steigung ändert sich dadurch von –1 auf –0,75 bzw. von 1 auf 0,75.

$f_1(x) + f_2(x) = |x| + \frac{3}{4}$

Das Ergebnis ist die um 0,75 in y-Richtung verschobene Betragsfunktion.

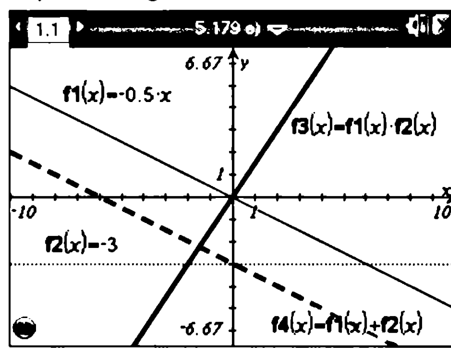


e) $f_1(x) \cdot f_2(x) = 1{,}5x$

Das Ergebnis ist eine homogene lineare Funktion. Die Steigung ist das Produkt der Steigung von f_1 und der Steigung von f_2.

$f_1(x) + f_2(x) = -0{,}5x - 3$

Das Ergebnis ist eine lineare Funktion mit der Steigung von f_1. Der Graph ist gegenüber f_1 um f_2 in y-Richtung verschoben.

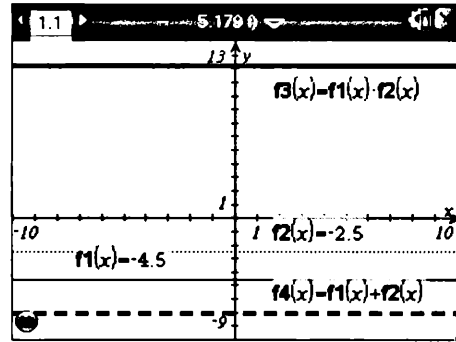


f) $f_1(x) \cdot f_2(x) = 11{,}25$

Das Ergebnis ist eine konstante Funktion. Der y-Achsenabschnitt ist das Produkt der y-Achsenabschnitte von f_1 und f_2.

$f_1(x) + f_2(x) = -7$

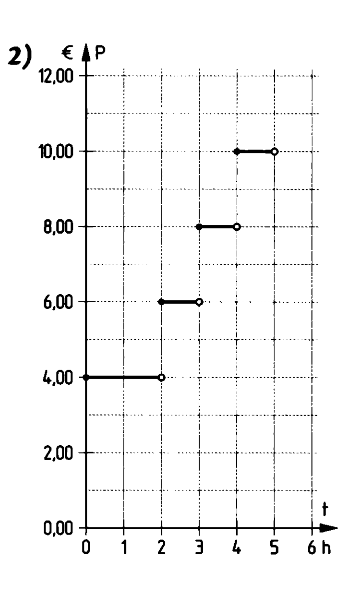
Das Ergebnis ist eine konstante Funktion. Der y-Achsenabschnitt ist die Summe der y-Achsenabschnitte von f_1 und f_2.



5.180 ***1)**

$$P(t) = \begin{cases} 4\,€ & \text{für } 0 \leq t < 2\,h \\ 6\,€ & \text{für } 2\,h \leq t < 3\,h \\ 8\,€ & \text{für } 3\,h \leq t < 4\,h \\ 10\,€ & \text{für } 4\,h \leq t < 5\,h \end{cases}$$

2)



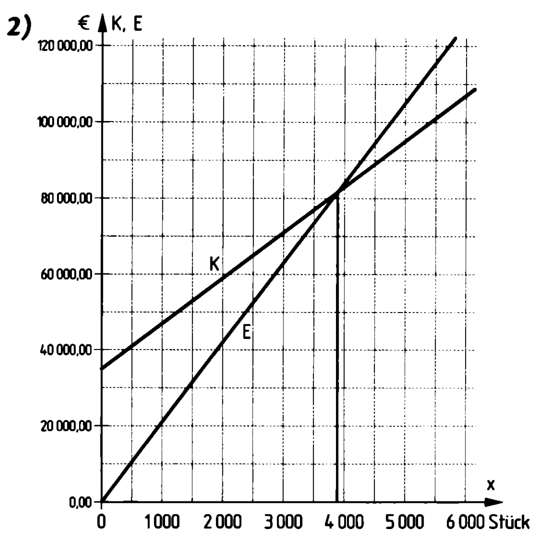
5.181 ***1)*** Gesamtkosten

$K(x) = 12 \frac{€}{\text{Stück}} \cdot x + 35\,000\ €$

Einnahmen

$E(x) = 21 \frac{€}{\text{Stück}} \cdot x$

2)



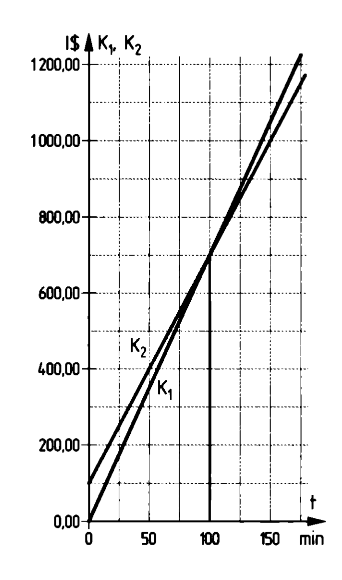
Bei ca. 3 900 Stück beginnt die Firma kostendeckend zu arbeiten.

3) Ab 3 889 Stück ($3\,888{,}\dot{8}$)

5.182 ***1)*** Tarif 1: $K_1(t) = 7 \frac{I\$}{\text{min}} \cdot t$

Tarif 2: $K_2(t) = 6 \frac{I\$}{\text{min}} \cdot t + 100\ I\$$

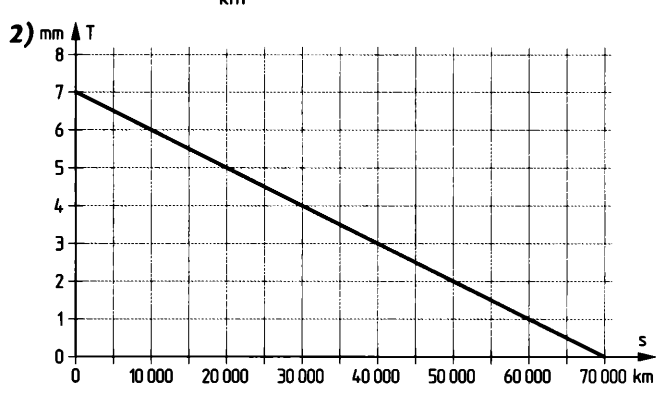
t in min	K_1 in I$	K_2 in I$
10	70,00	160,00
30	210,00	280,00
60	420,00	460,00
120	840,00	820,00



2) Für 100 Minuten Fahrzeit sind beide Tarife gleich günstig.
Bis 100 Minuten ist Tarif 1 günstiger, über 100 Minuten Tarif 2.

5.183 ***1)*** $T(s) = -0{,}000\,1 \frac{\text{mm}}{\text{km}} \cdot s + 7\ \text{mm}$

2)



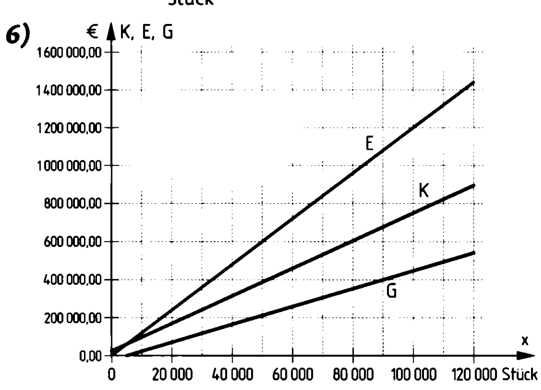
3) bei 40 000 km

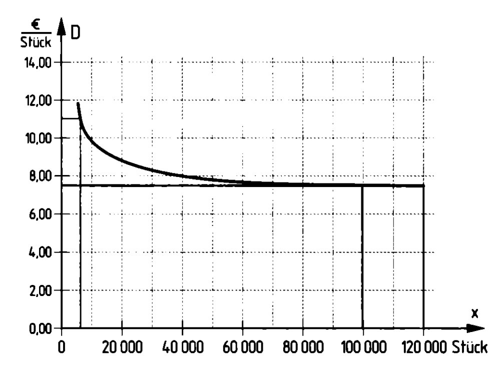
4) 54 000 km

5.184 ***1)*** g_1: $y = \frac{1}{2}x - 3$ ***2)*** g_2: $y = \frac{1}{2}x + 4$ ***3)*** g_3: $y = -2x$ ***4)*** g_1: $x_N = 6$; g_2: $x_N = -8$; g_3: $x_N = 0$

5.185 ***1)*** ca. 36 % ***2)*** nach ca. 10 Minuten
3) ca. 36 % nach einer Stunde bzw. ca. 66 % nach zwei Stunden

5.186 ***1)*** $K(x) = 7{,}25\,\frac{€}{\text{Ball}} \cdot x + 25\,000\,€$
2) 7,510... $\frac{€}{\text{Stück}}$ bei 80 %iger Auslastung; 7,458... $\frac{€}{\text{Stück}}$ bei 100 %iger Auslastung
3) bei 6 250 Stück; 5,208... %ige Auslastung
4) $E(x) = 12\,\frac{€}{\text{Stück}} \cdot x$ Es müssen 5 264 Bälle verkauft werden, damit die Firma kostendeckend arbeitet. $12{,}80\dot{5}\,\frac{€}{\text{Stück}}$
5) $G(x) = 4{,}75\,\frac{€}{\text{Stück}} \cdot x - 25\,000\,€$; 545 000,00 € Gesamtgewinn
6)





5.187 **a)** $x = \frac{4}{63}$ ***b)*** $x = \frac{40}{147}$ ***c)*** $x = 2$

5.188 ***1)*** $n_1 = 330\ \text{min}^{-1}$ ***3)*** Die kleine Scheibe dreht sich doppelt so schnell wie die große.
2) 58,056... m ***4)*** $r_1 : r_2 = n_2 : n_1$

5.189 **a)** $\bar{m} = 1\,820$ m, $\bar{m}_g = 120$ m
b) $\bar{m} = 78\,401$ cm, $\bar{m}_g = 560$ cm
c) $\bar{m} = 50\,050$ m, $\bar{m}_g = 1\,000$ m
a) bis ***c)*** Die Differenz von größerem Wert und arithmetischem Mittel ist gleich groß wie die Differenz von arithmetischem Mittel und kleinerem Wert.
Das Verhältnis von größerem Wert zu geometrischem Mittel ist gleich dem Verhältnis von geometrischem Mittel zu kleinerem Wert.

5.190 **a)** 108 : 132 : 55 ***b)*** 5 : 2 : 20

5.191 **a)** 21 : 7 : 13 ***b)*** 2,4 : 3,8 : 8,6

5.192 **a)** 32,520... Berliner Fuß ***b)*** 19,691... Berliner Fuß ***c)*** 123,347... Berliner Fuß

5.193 29 100,00 €; 4 243,75 €; 15 156,25 €

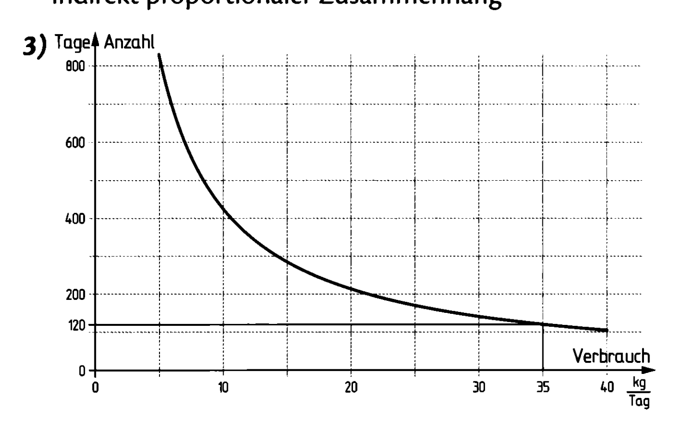
5.194 ***1)*** $\frac{33\,\Omega}{39\,\Omega} = 0{,}846...$; $\frac{39\,\Omega}{47\,\Omega} = 0{,}829...$; $\frac{47\,\Omega}{56\,\Omega} = 0{,}839...$
2) Da die Verhältnisse der Größen annähernd konstant sind, ist der geometrische Mittelwert zu verwenden.
$67{,}764...\,\Omega \approx 68\,\Omega$

5.195 8 Tage

5.196 ***1)*** 147,368... Tage

2) $t(w) = \frac{4\,200\text{ kg}}{w}$, w ... täglicher Verbrauch in $\frac{\text{kg}}{\text{d}}$, indirekt proportionaler Zusammenhang

3)



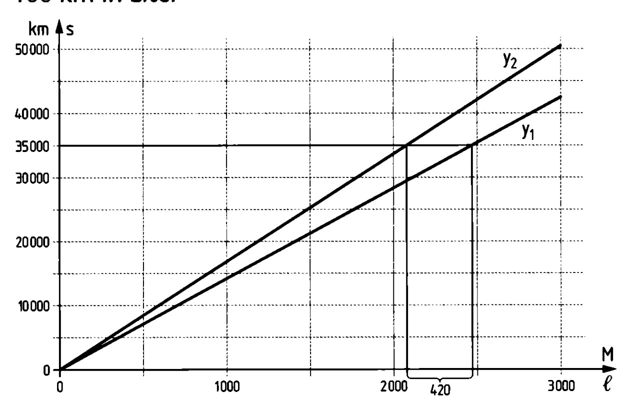
täglicher Verbrauch: 35 kg

5.197 1,661... g, $M(a, d) = \frac{1\,080\,000\text{ g}}{a \cdot d}$

5.198 ***1)*** 1 022,881... km ***2)*** 420 ℓ

3) $s(M) = \frac{M}{w} \cdot 100\text{ km}$

s ... gefahrene Strecke in Kilometer, M ... Treibstoffmenge in Liter, w ... mittlerer Verbrauch pro 100 km in Liter



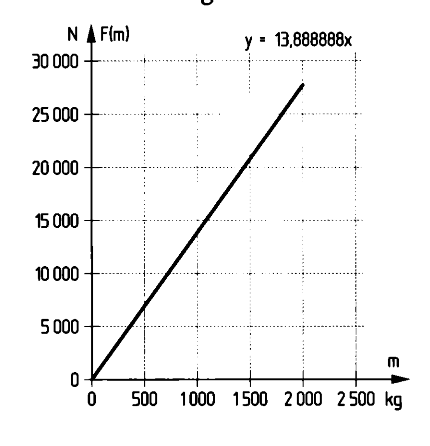
Die Steigungen der beiden Funktionen sind wegen des unterschiedlichen mittleren Verbrauchs pro 100 km verschieden.

4) –

5.199 ***1)***

m in kg	F in N
500	6 944,$\dot{4}$
1 000	13 888,$\dot{8}$
1 500	20 833,$\dot{3}$
2 000	27 777,$\dot{7}$

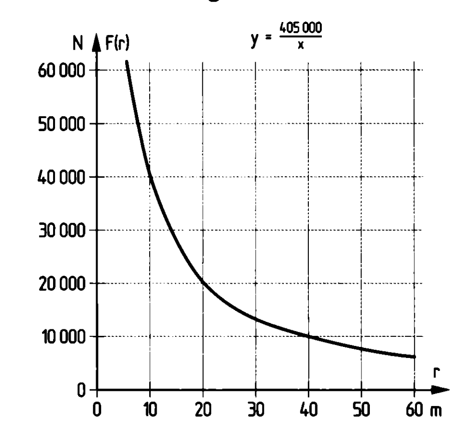
direkt proportionaler Zusammenhang



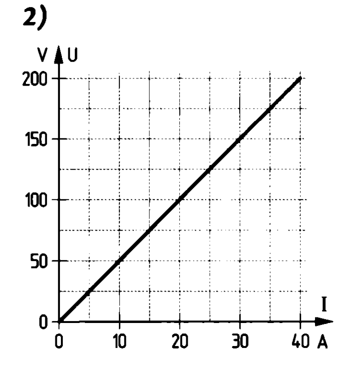
2)

r in m	F in N
10	40 500
20	20 250
30	13 500
40	10 125

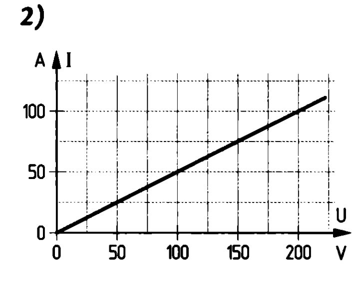
indirekt proportionaler Zusammenhang



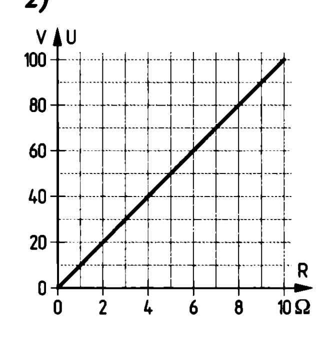
5.200 ***a) 1)*** direkte Proportionalität
2)



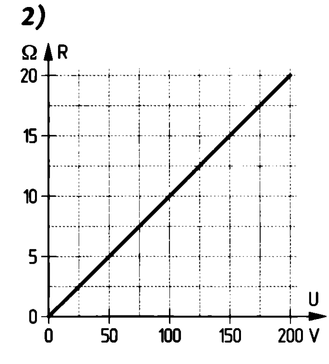
b) 1) direkte Proportionalität
2)



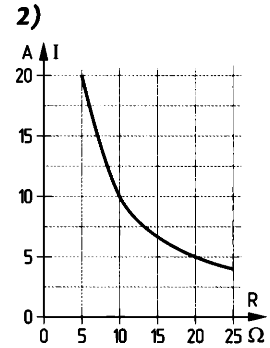
c) 1) direkte Proportionalität
2)



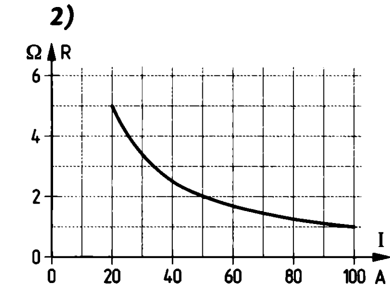
d) 1) direkte Proportionalität
2)



e) 1) indirekte Proportionalität
2)



f) 1) indirekte Proportionalität
2)



Lineare Gleichungssysteme 6

6.1 Zwei 50-Cent-Münzen und eine 10-Cent-Münze, eine 50-Cent-Münze und sechs 10-Cent-Münzen oder elf 10-Cent-Münzen.

6.2 ***1)***

1. Zahl	2. Zahl
0	12
1	11
2	10
3	9
4	8
5	7
6	6
7	5
8	4
9	3
10	2
11	1
12	0

2) Der Graph wird eine Gerade. Eine vollständige Tabelle kann nicht mehr angegeben werden, da alle reellen Zahlen zwischen null und zwölf möglich sind.

3) $x + y = 12$

6.5 ***a)***

x	y
1	−4
2	−3
3	−2
4	−1
5	0

b)

x	y
1	$4{,}\dot{3}$
2	$3{,}\dot{6}$
3	3
4	$2{,}\dot{3}$
5	$1{,}\dot{6}$

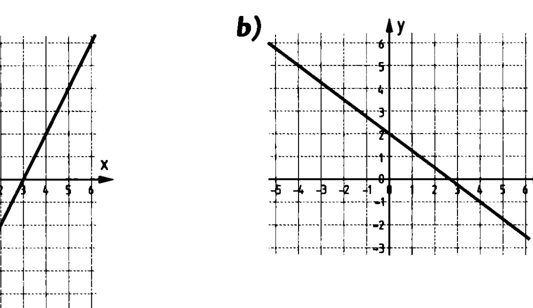
c)

x	y
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11

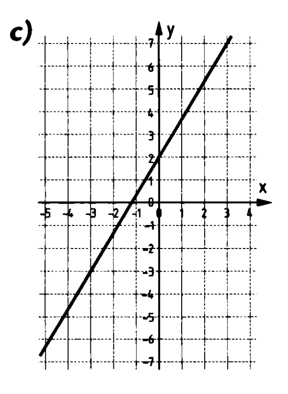
d)

x	y
1	3,5
2	3
3	2,5
4	2
5	1,5

6.6 ***a)*** ***b)***

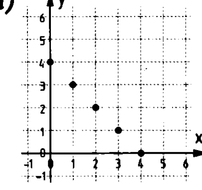


c)

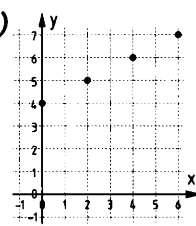


6.7 

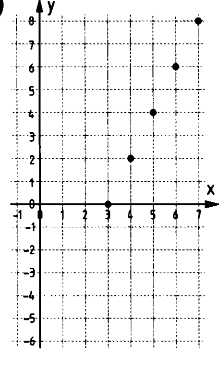
a)



b)



c)



6.8 Fünf 10-€-Scheine und zwei 50-€-Scheine oder zehn 10-€-Scheine und einen 50-€-Schein.

6.9 Acht schmale und vier breite oder drei schmale und acht breite Elemente.

6.10 **a)** $x - y = 0$

Die Gleichung $ax + by = c$ umformen auf die Funktionsgleichung $y = -\frac{a}{b} \cdot x + \frac{c}{b}$. Die Steigung $k = -\frac{a}{b} = \frac{2-1}{2-1} = 1$ als Differenzenquotient mithilfe der ersten beiden Lösungen berechnen ergibt $y = 1 \cdot x + \frac{c}{b}$. Die Zahlen der ersten Lösung für x und y einsetzen ergibt $\frac{c}{b} = 0$ bzw. $y = 1 \cdot x + 0$. Auf die ursprüngliche Form umformen ergibt $x - y = 0$. Die dritte Lösung wird für das Aufstellen der Gleichung nicht benötigt.

b) $x + 2y = 6$, Vorgehensweise analog **a)**

c) $x + y = -1$, Vorgehensweise analog **a)**

6.11 vier Einzelabteile und sechs Doppelabteile

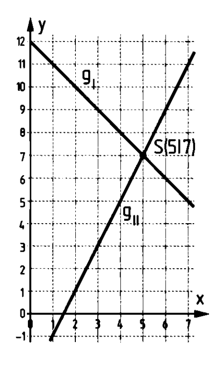
6.12 **1)** Bedingung I (Summe ist 12)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	11	10	9	8	7	6	5

Bedingung II (Ergebnis ist 3)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	−1	1	3	5	7	9	11

Es gibt ein Paar, das in beiden Tabellen vorkommt.

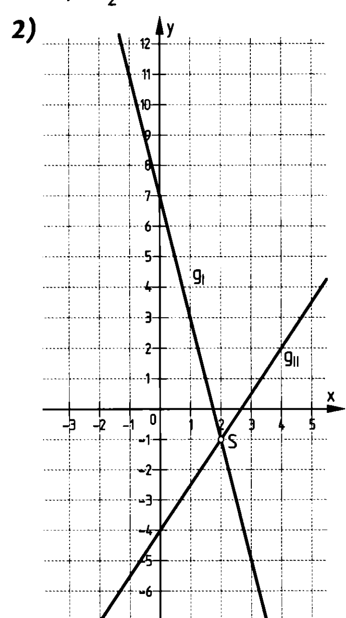


2) I: $x + y = 12$

II: $2x - y = 3$

6.13 ***a) 1)*** I: $y = -4x + 7$
II: $y = \frac{3}{2}x - 4$

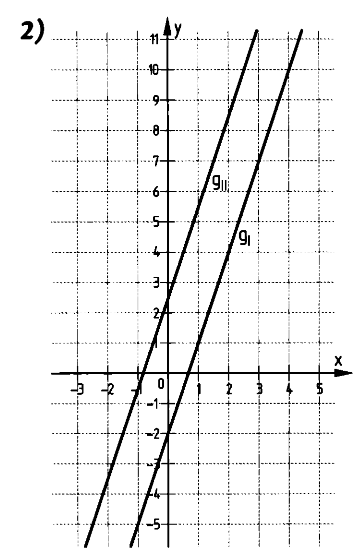
2)



3) Die Geraden schneiden einander im Punkt S(2|−1). Eine Lösung.

b) 1) I: $y = 3x - 2$
II: $y = 3x + \frac{5}{2}$

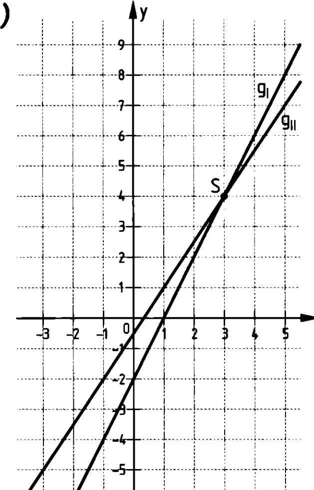
2)



3) Die Geraden sind parallel. Keine Lösung.

c) 1) I: $y = 2x - 2$
II: $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

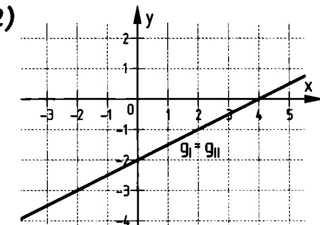
2)



3) Die Geraden schneiden einander im Punkt S(3|4). Eine Lösung.

d) 1) I: $y = \frac{1}{2}x - 2$
II: $y = \frac{1}{2}x - 2$

2)



3) Die Geraden sind identisch. Unendlich viele Lösungen.

6.21 ***a)*** $x = -2;\ y = 3$ ***b)*** $x = -4;\ y = -2$ ***c)*** $x = \frac{3}{2};\ y = 4$

6.22 ***a) 1)*** II: $3x + 2y = 6$ ***2)*** II: $3x + 2y = 5$
b) 1) I: $6x - 2y = 12$ ***2)*** II: $-3x + 2y = -6$
c) 1) I: $x - y = 3$ ***2)*** II: $x + y = 3$

6.23 **a)** $x = 0;\ y = 4$ **b)** $x = \frac{17}{2};\ y = 20$ **c)** $x = 11;\ y = 4$

6.24 **a)** $x = 5;\ y = 2$ **b)** $a = 3;\ b = 6$ **c)** $x = 2;\ y = 4$

6.25 **a)** $x = 3;\ y = 2$ **b)** $x = 1;\ y = 4$ **c)** $r = 2;\ s = -1$

6.26 **a)** $a = 7;\ b = 3$ **b)** $x = \frac{3}{5};\ y = -\frac{1}{2}$ **c)** $x = \frac{3}{4};\ y = 3$

6.27 ***1)*** $x = \frac{11}{5};\ y = \frac{1}{5};$ eine Lösung, da $D \neq 0$.
2) Keine Lösung. Dividiert man II durch 2, so sind die Koeffizienten bei x bzw. y bei beiden Gleichungen identisch. Die Konstanten auf der rechten Seite sind verschieden.
3) $L = \{(x|y) | 3x - 5y = 12\};$ unendlich viele Lösungen. Multipliziert man II mit 3, so sind beide Gleichungen identisch.

6.28 **a)** (2,4)-Matrix; $a_{13} = 0,\ a_{24} = 6$ **b)** (3,4)-Matrix; $a_{23} = 12,\ a_{33} = 4$

6.29 **a)** −30 **b)** −9 **c)** −1 **d)** 0

6.30 **a)** ***1)*** $A_{erw} = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
2) $D = 7,\ D_x = 7,\ D_y = 21;$ eindeutig lösbar
3) $x = 1;\ y = 3$

b) ***1)*** $A_{erw} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 1 & -\frac{4}{3} & 2 \end{pmatrix}$
2) $D = 0,\ D_x = 0,\ D_y = 0;$ unendlich viele Lösungen
3) $L = \{(x|y) | 3x - 4y = 6\}$

c) ***1)*** $A_{erw} = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ -\frac{7}{3} & -4 & 4 \end{pmatrix}$
2) $D = 10,\ D_x = -36,\ D_y = 11;$ eindeutig lösbar
3) $x = -3{,}6;\ y = 1{,}1$

6.31 **a)** $x = \frac{3}{4};\ y = \frac{37}{16}$ **b)** $x = \frac{2}{3};\ y = \frac{5}{3}$ **c)** $x = \frac{17}{2};\ y = 2$

6.32 **a)** Einsetzungsverfahren; y ist in I explizit angegeben. Der Term auf der rechten Seite kann ohne weitere Umformung für y in II eingesetzt werden.
$x = 1;\ y = 2$

b) Einsetzungsverfahren; II durch sechs dividieren ergibt $x = \frac{4}{3}$. $\frac{4}{3}$ kann für x in I eingesetzt werden.
$x = \frac{4}{3};\ y = 2$

c) Einsetzungsverfahren; umformen der Verhältnisgleichung in I ergibt $u = 3v$. $3v$ kann ohne weitere Umformung für u in II eingesetzt werden.
$u = \frac{3}{2};\ v = \frac{1}{2}$

d) Additionsverfahren; die Addition von I und II ergibt ohne weitere Umformung eine Gleichung (nur) mit der Variable y.
$x = 4;\ y = 3$

e) Additionsverfahren; Multiplikation von I mit dem Faktor 2 und Addition von I und II ergibt eine Gleichung (nur) mit der Variable a.
$a = -1;\ b = 3$

f) Einsetzungsverfahren; t_2 ist in I explizit angegeben. Der Term auf der rechten Seite kann ohne weitere Umformung für t_2 in II eingesetzt werden.
$t_1 = -50;\ t_2 = -60$

6.33

Bedingung	c	d
g und h schneiden einander	$c \neq \frac{4}{3}$	beliebig
g und h sind parallel	$c = \frac{4}{3}$	$d \neq 8$
g und h sind ident	$c = \frac{4}{3}$	$d = 8$
g und h stehen aufeinander normal	$c = -\frac{27}{4}$	beliebig

6.34 ***a)*** $x = \frac{52}{7};\ y = -13$ ***b)*** $x = 3;\ y = 7$

6.35 ***a)*** $x = -3;\ y = -2{,}4$ ***b)*** $x = -1;\ y = -1$

6.36 $x = \frac{1}{11};\ y = -\frac{4}{11}$

6.37 ***a)*** $x = 2;\ y = 1$ ***b)*** $x = 5;\ y = 4$ ***c)*** $x = 1;\ y = 1$

6.38 ***a)*** $x = -1;\ y = 2$ ***b)*** $x = 3;\ y = 1$

6.40 ***a)*** $D = \{(x|y) \mid (x|y) \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \times R\backslash\{0\}\}$, $L = \{(1|-1)\}$
b) $D = \{(f|g) \mid (f|g) \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \times R\backslash\{0\}\}$, $L = \{(2|3)\}$
c) $D = \{(x|y) \mid (x|y) \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \times R\backslash\{0\}\}$, $L = \left\{\left(\frac{9}{2}\middle|18\right)\right\}$

6.41 ***a)*** $D = \{(x|y) \mid (x|y) \in \mathbb{R}\backslash\{-2\} \times R\backslash\{3\}\}$, $L = \{(3|7)\}$
b) $D = \{(p|q) \mid (p|q) \in \mathbb{R}\backslash\{3\} \times R\backslash\{-5\}\}$, $L = \{(-1|-4)\}$
c) $D = \left\{(a|b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \middle| b \neq -2a \wedge b \neq \frac{a}{3}\right\}$, $L = \left\{\left(-\frac{10}{7}\middle|-\frac{15}{7}\right)\right\}$

6.42 ***a)*** Keine Lösung bei $a = -1$ und $b \neq 9$. I bzw. II so umformen, dass y allein auf einer Seite steht, ergibt die Gleichungen zweier Geraden mit gleicher Steigung $k = 2$. Die y-Achsenabstände sind mit $d = -3$ bzw. $d \neq -3$ verschieden, die Geraden daher parallel.
Unendlich viele Lösungen bei $a = -1$ und $b = 9$. Die y-Achsenabstände sind mit $d = -3$ nun ebenfalls gleich, die Geraden daher identisch.
b) Keine Lösung bei $a \neq -\frac{2}{3}$ und $b = -\frac{10}{3}$, unendlich viele Lösungen bei $a = -\frac{2}{3}$ und $b = -\frac{10}{3}$.
Begründung wie bei ***a)***; $k = \frac{5}{3}$, $d = -\frac{1}{3}$ bzw. $d \neq -\frac{1}{3}$.
c) Keine Lösung bei $a = -\frac{3}{2}$ und $b \neq 2$, unendlich viele Lösungen bei $a = -\frac{3}{2}$ und $b = 2$.
Begründung wie bei ***a)***; $k = -\frac{3}{4}$, $d = \frac{1}{2}$ bzw. $d \neq \frac{1}{2}$.

6.43 ***a)*** Mit keiner der beiden Konstantenspalten eindeutig lösbar; die Determinante der Koeffizientenmatrix ist null.
$\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix} \Rightarrow$ keine Lösung; $\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix} \Rightarrow$ unendlich viele Lösungen
b) Mit beiden Konstantenspalten eindeutig lösbar; die Determinante der Koeffizientenmatrix ist nicht null.
c) Mit keiner der beiden Konstantenspalten eindeutig lösbar; die Determinante der Koeffizientenmatrix ist null.
$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix} \Rightarrow$ keine Lösung; $\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix} \Rightarrow$ unendlich viele Lösungen

6.44 ***a)*** $x = s,\ y = 0;\ (r, s) \neq (0, 0)$ ***b)*** $x = 3a,\ y = b;\ a \neq 0$ ***c)*** $x = 3a + 2b,\ y = 2;$ a, b beliebig

6.45 ***a)*** $x = \frac{a}{b}$, $y = -\frac{b}{a}$; $a \neq 0, b \neq 0$
b) $x = b$, $y = a$; $a \neq 0, b \neq 0$
c) $x = a^2 - b^2$, $y = a + b$; $b \neq -a$

6.46 Robin hat richtig gerechnet.
Chiara hat die Konstanten auf der rechten Seite der Gleichungen nicht mit den Faktoren –3 bzw. 4 multipliziert. Beim Einsetzen von $y = -\frac{16}{29}$ in eine der beiden Gleichungen ist ein weiterer Fehler passiert.

6.47 $\text{I} \cdot a_{21} + \text{II} \cdot (-a_{11})$ ergibt $a_{12} \cdot a_{21} \cdot y - a_{11} \cdot a_{22} \cdot y = a_{21} \cdot b_1 - a_{11} \cdot b_2$
Umformen ergibt $y = \frac{a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} = \frac{D_y}{D}$
Einsetzen von y in I ergibt $a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot \frac{a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} = b_1$
Umformen ergibt $x = \frac{a_{22} \cdot b_1 - a_{12} \cdot b_2}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}} = \frac{D_x}{D}$

6.48 21 bzw. 17

6.49 Gleichung I: $x - y$ beschreibt die Differenz zweier Zahlen. $3 \cdot (x - y)$ ist das Dreifache der Differenz. In ***D)*** ist $3 \cdot (x - y)$ mit 7,2 gleichgesetzt. Ansatz ***D)*** ist daher richtig. Auflösen der Klammer bei $3 \cdot (x - y)$ ergibt $3x - 3y$, Ansatz ***A)*** ist daher ebenfalls richtig.
Gleichung II: $x + y$ beschreibt die Summe der beiden Zahlen. $\frac{x+y}{4}$ ergibt ein Viertel der Summe. In ***D)*** ist $\frac{x+y}{4}$ mit 1,8 gleichgesetzt. Ansatz ***D)*** ist daher richtig. Aufspalten von $\frac{x+y}{4}$ in zwei Brüche ergibt $\frac{x}{4} + \frac{y}{4}$, Ansatz ***A)*** ist daher ebenfalls richtig.
Die Gleichungssysteme ***A)*** und ***D)*** sind daher richtig. ***B)*** und ***C)*** sind falsch, da sie nicht auf ***A)*** oder ***D)*** umgeformt werden können.

6.50 6 Tore bzw. 4 Tore

6.51 Die Mutter ist 39 Jahre alt, die Tochter 18 Jahre.

6.53 36

6.54 Es ist mit individuell festgelegten Werten zu rechnen.

6.55 Die Schenkel sind 14 cm lang, die Basis 7 cm.

6.56 16 cm bzw. 20 cm

6.57 15 cm bzw. 20 cm

6.58 36° bzw. 54°

6.60 erste Lösung 80 %ig; zweite Lösung 60 %ig

6.61 erste Sorte 5 % Zinkanteil; zweite Sorte 36 % Zinkanteil

6.62 10,8 g Weißgold 585; 4,2 g Weißgold 750

6.63 ***1)*** 2,468... g Gold; 1,531... g Kupfer ***2)*** 617,043... Promille

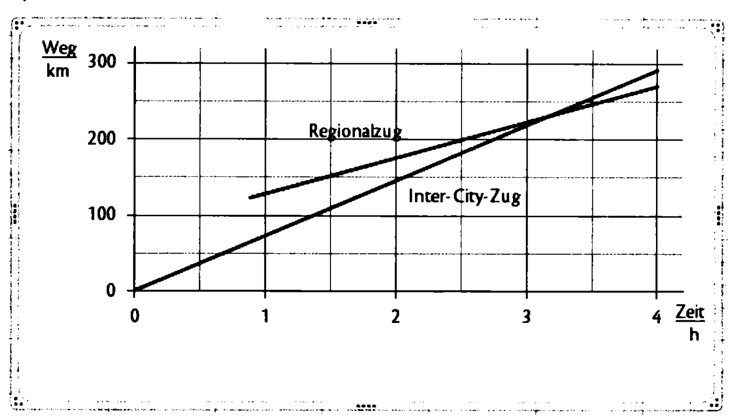
6.64 Ja, Bettina kommt mit 3 ℓ grüner Farbe aus. (2,25 ℓ)

6.65 ***1)*** 7,084... kg Nickel-Titanium-Legierung mit 15 % Nickelgehalt und 14,915... kg Nickel-Titanium-Legierung mit 74 % Nickelgehalt
2) –

6.67 Sie schwimmt mit 0,7 $\frac{m}{s}$. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt 0,5 $\frac{m}{s}$.

6.68 ***1)*** Inter-City-Zug $v_I = 72{,}679...\ \frac{km}{h}$, Regionalzug $v_R = 46{,}679...\ \frac{km}{h}$

2) 107,362... km von B entfernt



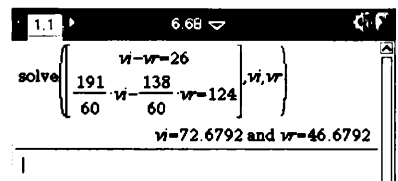
Dokumentation:

Berechnen der Fahrzeiten bis zum Überholen ergibt $t_I = \frac{191}{60}$ h bzw. $t_R = \frac{138}{60}$ h.

Aufstellen der Gleichungen ergibt $\begin{array}{l} \text{I: } v_I = v_R + 26 \\ \text{II: } s_I = s_R + 124 \end{array}$.

Anwenden des Zusammenhangs $s = v \cdot t$ und

Umformen der Gleichungen ergibt $\begin{array}{l} \text{I: } v_I - v_R = 26 \\ \text{II: } \frac{191}{60} \cdot v_I - \frac{138}{60} \cdot v_R = 124 \end{array}$.

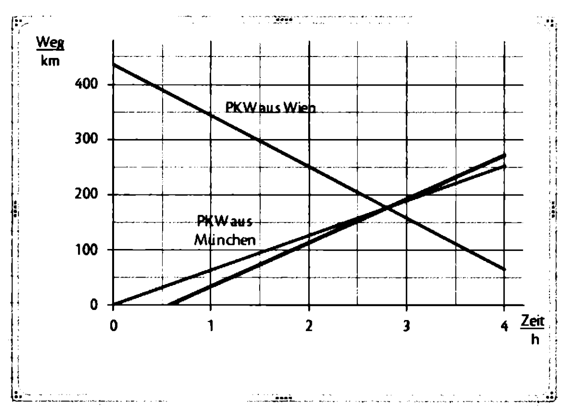


Lösen der Gleichungen ergibt die mittleren Geschwindigkeiten v_I bzw. v_R.

Berechnen von $s_R = v_R \cdot t_R$ ergibt die Entfernung von B.

6.69 ***1)*** PKW aus München $v_M = 63{,}058...\ \frac{km}{h}$, PKW aus Wien $v_W = 92{,}298...\ \frac{km}{h}$

2) 258,435... km von Wien entfernt



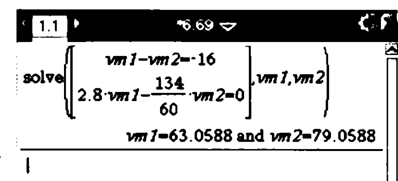
Dokumentation:

2 h 48 min = 2 h 14 min + 34 min, der PKW aus Wien fährt in beiden Fällen mit derselben Geschwindigkeit. Der Treffpunkt ist daher an derselben Stelle, die zurückgelegten Wegstrecken ändern sich nicht.

Aufstellen der Gleichungen ergibt $\begin{array}{l} \text{I: } v_{M1} = v_{M2} - 16 \\ \text{II: } s_{M1} = s_{M2} \end{array}$.

Anwenden des Zusammenhangs $s = v \cdot t$ und

Umformen der Gleichungen ergibt $\begin{array}{l} \text{I: } v_{M1} - v_{M2} = -16 \\ \text{II: } 2{,}8 \cdot v_{M1} - 2{,}2\dot{3} \cdot v_{M2} = 0 \end{array}$.



Lösen der Gleichungen ergibt die mittleren Geschwindigkeiten v_{M1} bzw. v_{M2}.
$s_W = 435\ \text{km} - v_{M1} \cdot 2{,}8\ \text{h}$ ergibt die Entfernung des Treffpunkts von Wien.
Berechnung der mittleren Geschwindigkeit des PKW aus Wien mit $v_W = \frac{s_W}{2{,}8\ \text{h}}$.

6.71 ***1)*** 10 h bzw. 12 h ***2)*** $11{,}\overline{81}$ h

6.72 12 h bzw. 15 h

6.73

	S	U
FC Grün	4	3
FC Violett	3	1
SC Post	1	5

6.74 40 Flaschen zu 0,75 ℓ bzw. 60 Flaschen zu 1 ℓ

6.75 75,00 € Tagesgebühr; 0,40 $\frac{€}{\text{km}}$ Kilometer-Tarif

6.76 ***1)*** ein Schnitzel 5,60 € bzw. eine Portion Erdäpfelsalat 1,20 €
2) Die Aufgabe ist nicht eindeutig lösbar. Die zweite Gleichung ist ein Vielfaches der ersten.

6.77 ***1)*** 40,00 Rupien bzw. 170,00 Rupien ***2)*** –

6.78 $x = 2;\ y = 1;\ z = 3$

6.84 **a)** $x = -2;\ y = 1;\ z = 2$ ***b)*** $x = -1;\ y = 3;\ z = 1$ ***c)*** $a = -44;\ b = -6;\ c = -80$

6.85 **a)** $x = 2;\ y = -5;\ z = 7$ ***b)*** $I_1 = 1;\ I_2 = 2;\ I_3 = -3$ ***c)*** $x = -\frac{39}{11};\ y = \frac{13}{11};\ z = -\frac{40}{11}$

6.86 **a)** $u = 4;\ v = 1;\ w = 0$ ***b)*** $x = 1;\ y = 6;\ z = -1$ ***c)*** $p = -3;\ q = 4;\ r = 2$

6.87 **a)** $x = 1;\ y = -2;\ z = 3$ ***b)*** $a = 2;\ b = -1;\ c = 1$ ***c)*** $x = -3;\ y = 2;\ z = -2$

6.88 **a)** $A_{erw} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -1 & 12 \\ 0 & -5 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & -6 & 18 \end{pmatrix};\ A_x = \begin{pmatrix} 12 & 7 & -1 \\ -4 & -5 & 2 \\ 18 & 0 & -6 \end{pmatrix};\ A_y = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \\ -2 & 18 & -6 \end{pmatrix};\ A_z = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 12 \\ 0 & -5 & -4 \\ -2 & 0 & 18 \end{pmatrix}$

b) $A_{erw} = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 0 & -13 \\ -1 & 6 & -7 & -2 \\ 0 & 1 & 4 & -14 \end{pmatrix};\ A_x = \begin{pmatrix} -13 & -3 & 0 \\ -2 & 6 & -7 \\ -14 & 1 & 4 \end{pmatrix};\ A_y = \begin{pmatrix} -8 & -13 & 0 \\ -1 & -2 & -7 \\ 0 & -14 & 4 \end{pmatrix};\ A_z = \begin{pmatrix} -8 & -3 & -13 \\ -1 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & -14 \end{pmatrix}$

c) $A_{erw} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 10 \\ -1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix};\ A_x = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};\ A_y = \begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 \\ -1 & -4 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix};\ A_z = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 10 \\ -1 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

6.89 **a)** –8 ***b)*** –8 ***c)*** 14 ***d)*** –51

6.90 **a)** $L = \left\{\left(\frac{1}{5}\middle|\frac{1}{4}\middle|-\frac{1}{2}\right)\right\}$ ***b)*** $L = \left\{\left(\frac{2}{3}\middle|0\middle|-\frac{13}{3}\right)\right\}$ ***c)*** $L = \left\{\left(-\frac{10}{3}\middle|-7\middle|\frac{1}{2}\right)\right\}$

6.91 **a)** $x = 4{,}462...;\ y = 9{,}937...;\ z = 20{,}811...$ ***b)*** $a = 0{,}343...;\ b = 0{,}499...;\ c = 1{,}448...$

6.92 **a)** $x = -2;\ y = 1;\ z = 3$ ***b)*** $a = 4;\ b = -2;\ c = -1$

6.93 **a)** $a = -1;\ b = 1;\ c = -1;\ d = 1$ ***b)*** $a = 2;\ b = -3;\ c = 1;\ d = 0$

6.95 Berechnung der Lösung für eine Variable mit dem Additionsverfahren, Berechnung der Lösungen für alle weiteren Variablen durch Einsetzen.

a) $x = -3;\ y = 2;\ z = -1$

$I^* = I - III:\ x + 2z = -5$

$II:\ 2x - z = -5$

$I^* + 2 \cdot II:\ 5x = -15 \Rightarrow x = -3$

Einsetzen in I $\Rightarrow y = 2$

Einsetzen in II $\Rightarrow z = -1$

b) $k = 5;\ \ell = -2;\ m = 1;\ n = 3$

$I^* = 2 \cdot I - II:\ -k - 7m = -12$

$II^* = 3 \cdot III + 2 \cdot IV:\ 4k - 3m = 17$

$4 \cdot I^* + II^*:\ -31m = -31 \Rightarrow m = 1$

Einsetzen in I $\Rightarrow n = 3$

Einsetzen in III $\Rightarrow \ell = -2$

Einsetzen in I^* $\Rightarrow k = 5$

c) $w = 2;\ x = 4;\ y = -1;\ z = 1$

$I:\ w + x + z = 7$

$I^* = II + IV:\ w + 2z = 4$

$III:\ 3w - 4z = 2$

$I^{**} = I - I^*:\ x - z = 3$

$II^{**} = 3 \cdot I - III:\ 3x + 7z = 19$

$7 \cdot I^{**} + II^{**}:\ 10x = 40 \Rightarrow x = 4$

Einsetzen in I^{**} $\Rightarrow z = 1$

Einsetzen in III $\Rightarrow w = 2$

Einsetzen in II $\Rightarrow y = -1$

d) $a = 2;\ b = 5;\ c = -3;\ d = 1;\ e = -2$

$I^* = I - IV:\ -c + 2d - e = 7$

$II^* = II + 3 \cdot V:\ 15d + 2e = 11$

$III:\ -2c - 5d = 1$

$III^* = 2 \cdot I^* + II^*:\ -2c + 19d = 25$

$III:\ -2c - 5d = 1$

$III^* - III:\ 24d = 24 \Rightarrow d = 1$

Einsetzen in III $\Rightarrow c = -3$

Einsetzen in V $\Rightarrow b = 5$

Einsetzen in II^* $\Rightarrow e = -2$

Einsetzen in IV $\Rightarrow a = 2$

6.96 Umformen der Proportionen in Produktgleichungen und alle Ausdrücke der Gleichungen auf die linke Seite bringen. Bei ***c)*** die fortlaufende Proportion zuvor in zwei Proportionen teilen. Berechnung der Lösung für eine Variable mit dem Additionsverfahren, Berechnung der Lösungen für alle weiteren Variablen durch Einsetzen.

a) $x = 3;\ y = \frac{3}{2};\ z = 2$

$I:\ x - 2y = 0$

$II:\ 4y - 3z = 0$

$III:\ x - 2y + z = 2$

$III - I:\ z = 2$

Einsetzen in II $\Rightarrow y = \frac{3}{2}$

Einsetzen in I $\Rightarrow x = 3$

b) $x = \frac{42}{5};\ y = \frac{6}{5};\ z = \frac{4}{5}$

$I:\ x + 2z = 10$

$II:\ 2y - 3z = 0$

$III:\ 2x - y + 3z = 18$

$I^* = 2 \cdot I - III:\ y + z = 2$

$II:\ 2y - 3z = 0$

$3 \cdot I^* + II:\ 5y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{5}$

Einsetzen in I^* $\Rightarrow z = \frac{4}{5}$

Einsetzen in I $\Rightarrow x = \frac{42}{5}$

c) $a = 35;\ b = 25;\ c = 50$

$I:\ a : b : c = 7 : 5 : 10 \Rightarrow$

$I^*:\ a : b = 7 : 5$ bzw. $II^*:\ a : c = 7 : 10$

$I^*:\ 5a - 7b = 0$

$II^*:\ 10a - 7c = 0$

$III:\ a + b + c = 110$

$I^*:\ 5a - 7b = 0$

$II^{**} = II^* + 7 \cdot III:\ 17a + 7b = 770$

$I^* + II^{**}:\ 22a = 770 \Rightarrow a = 35$

Einsetzen in I^* $\Rightarrow b = 25$

Einsetzen in III $\Rightarrow c = 50$

6.97 ***a)*** $D = \{(x|y|z) \mid (x|y|z) \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R}\setminus\{0\}\}$, $L = \{(2|3|1)\}$
b) $D = \{(a|b|c) \mid (a|b|c) \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R}\setminus\{0\}\}$, $L = \left\{\left(\frac{6}{7}\middle|4\middle|\frac{3}{4}\right)\right\}$

6.98 ***a)*** $D = \{(x|y|z) \mid (x|y|z) \in \mathbb{R}\setminus\{-1\} \times \mathbb{R}\setminus\{-2\} \times \mathbb{R}\setminus\{-2\}\}$, $L = \{(1|2|1)\}$
b) $D = \{(x|y|z) \mid (x|y|z) \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}\setminus\{1\}\}$, $L = \{(3|2|2)\}$
c) $D = \{(x|y|z) \mid (x|y|z) \in \mathbb{R}\setminus\{-3\} \times \mathbb{R}\setminus\{0\} \times \mathbb{R}\setminus\{-1\}\}$, $L = \left\{\left(-7\middle|\frac{4}{3}\middle|0\right)\right\}$

6.99 ***a)*** $a = -1$ ***b)*** $b = -\frac{44}{5}$ ***c)*** $c = -\frac{69}{7}$

6.100 $\alpha = 100°$; $\beta = 50°$; $\gamma = 30°$

6.101 a = 50 cm; b = 30 cm; c = 60 cm

6.102 10 000,00 € für den ersten Platz; 6 000,00 € für den zweiten Platz; 2 000,00 € für den dritten Platz

6.103 ***1)*** B1 benötigt 6 Tage; B2 benötigt 12 Tage; B3 benötigt 8 Tage ***2)*** $2,\dot{6}$ Tage

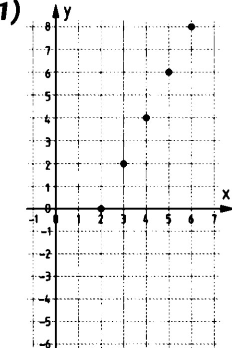
6.104 Eine Badehose kostet 29,00 €; ein Sonnenhut kostet 10,90 €; ein Ventilator kostet 99,00 €

6.106 ***a)*** $I_1 = -1{,}352...$ A; $I_2 = 0{,}563...$ A; $I_3 = -1{,}915...$ A
In einem Knoten ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. I_1 fließt zu, I_2 und I_3 fließen ab, ergibt Gleichung I.
In einer Masche ist die Summe aller auftretenden Spannungen null. Mit dem Ohm'schen Gesetz ergibt sich für die linke Masche Gleichung II bzw. für die rechte Masche Gleichung III.
b) $I_1 = 1{,}695...$ A; $I_2 = 0{,}652...$ A; $I_3 = -1{,}043...$ A
Die Gleichungen ergeben sich wie in ***a)*** beschrieben.

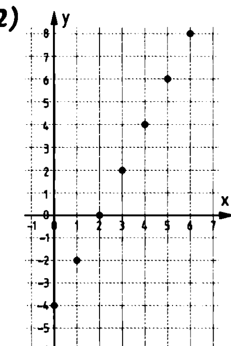
6.107 ***a)*** I: $0 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$
II: $U_{01} = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot (R_3 + R_4)$
III: $0 = I_1 + I_2 - I_3$
$I_1 = -1{,}125$ A; $I_2 = 1{,}875$ A;
$I_3 = 0{,}75$ A

b) I: $U_{01} = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot (R_3 + R_4)$
II: $U_{02} = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot (R_3 + R_4) + I_2 \cdot R_5$
III: $0 = -I_1 + I_2 - I_3$
$I_1 = 3{,}307...$ A; $I_2 = 2{,}696...$ A;
$I_3 = -0{,}610...$ A

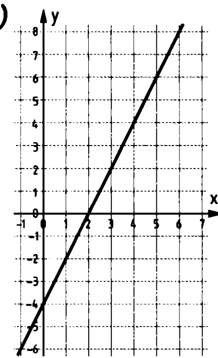
6.108 ***1)***



2)



3)



6.109 ***a)*** $x = 1$; $y = -2{,}5$ ***b)*** $x = -6$; $y = -4$ ***c)*** $L = \{\,\}$

6.110 ***a)*** $a = 12$; $b = 30$ ***b)*** $x = 6$; $y = 4$ ***c)*** $x = 1$; $y = -5$ ***d)*** $x = -3$; $y = 6$

6.111 ***a)*** −250 ***b)*** 0 ***c)*** 5 ***d)*** 12

6.112 ***a)*** Nicht eindeutig lösbar; die Determinante von A ist null.
b) Eindeutig lösbar; die Determinante von A ist −1 und daher verschieden null.
c) Eindeutig lösbar; die Determinante von A ist 12 und daher verschieden null.
d) Nicht eindeutig lösbar; die Determinante von A ist null.

6.113 ***a)*** $x = -\frac{4}{7}$ ***b)*** $y = \frac{10}{21}$

6.114 ***a)*** $z = \frac{37}{4}$ ***b)*** $y = \frac{1}{2}$

6.115 ***a)*** $x = 1{,}22;\ y = -2{,}05$ ***b)*** $x = \frac{492}{211};\ y = -\frac{320}{211}$ ***c)*** $x = -0{,}5;\ y = 2$ ***d)*** unendlich viele Lösungen ***e)*** $a = -21;\ b = \frac{7}{12}$

6.116 ***a)*** $a = -\frac{1}{2};\ b = \frac{1}{4};\ c = -2$
b) keine Lösung
c) $F_1 = 40$ N; $F_2 = 55$ N; $F_3 = 60$ N
d) unendlich viele Lösungen
e) $x = -\frac{7}{5};\ y = -\frac{10}{7};\ z = 1$
f) $a = 4;\ b = 2;\ c = 5$

6.117 $9{,}\dot{3}$ ℓ Ethanol; $4{,}\dot{6}$ ℓ Wasser

6.118 Drei Blöcke und zwanzig Hefte bzw. acht Blöcke und sechs Hefte; ohne zusätzliche Angabe kann nicht begründet werden, ob eine der beiden Möglichkeiten eher der Realität entspricht.

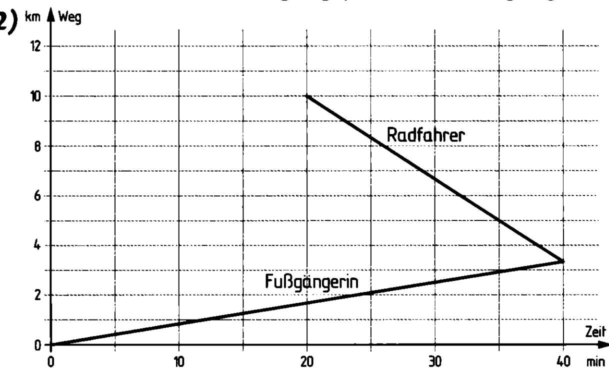
6.119 ***1)*** $v_{IC} = 70\ \frac{km}{h};\ v_{EC} = 100\ \frac{km}{h}$ ***2)*** $58{,}\dot{3}$ km

6.120 K1 hat 7 t Nutzlast; K2 hat 12 t Nutzlast; K3 hat 19 t Nutzlast

6.121 ***1)*** 60 min, wenn nur Kaltwasser eingefüllt wird
80 min, wenn nur Warmwasser eingefüllt wird
2) 450 ℓ

6.122 ***1)*** a = 9 cm; b = 12 cm; c = 15 cm
2) Aus dem rechtwinkligen Dreieck entsteht ein gleichschenkliges Dreieck.

6.123 ***1)*** Sie treffen einander 40 Minuten nachdem sich die Fußgängerin auf den Weg gemacht hat und $3{,}\dot{3}$ Kilometer vom Ausgangspunkt der Fußgängerin entfernt.
2)



6.124 ***1)*** Thomas tankt 0,196... ℓ Öl und 9,803... ℓ Benzin.
Stefan tankt 0,307... ℓ Öl und 7,692... ℓ Benzin.
2) Ein Liter Benzin kostet 1,429 52 € ≈ 1,43 €, ein Liter Öl 10,022 € ≈ 10,02 €.

6.125 120 000,00 € bei Bank A; 80 000,00 € bei Bank B

6.126 $R_1 = 5\ \Omega;\ R_2 = 20\ \Omega$

6.127 Die Masse der Mutter beträgt 75 kg, die des Sohns 50 kg.

6.128 $F_A = 50$ N; $F_B = 70$ N

6.129 ***a)*** $F_A = 3{,}\dot{3}$ kN; $F_B = 6{,}\dot{6}$ kN ***b)*** $F_A = 150$ N; $F_B = 250$ N ***c)*** $F_A = 4\,650$ N; $F_B = 2\,350$ N

7 Trigonometrie

7.1 *1)* $\frac{\text{längere Kathete}}{\text{Hypotenuse}} = 0{,}82$ *2)* $\frac{\text{kürzere Kathete}}{\text{Hypotenuse}} = 0{,}59$

3) In rechtwinkligen Dreiecken mit denselben Winkeln herrscht ein gleiches Verhältnis zwischen den Seiten.

7.2 *a)* $\frac{b}{c}$ *b)* $\frac{b}{c}$ *c)* $\frac{a}{b}$ *d)* $\frac{b}{a}$ *e)* $\frac{a}{c}$ *f)* $\frac{a}{c}$

7.3 *a)* $\frac{x}{z}$ *b)* $\frac{y}{z}$ *c)* $\frac{y}{x}$ *d)* $\frac{x}{y}$ *e)* $\frac{x}{z}$ *f)* $\frac{y}{z}$

7.4 *a) 1)* $\sin(\beta)$, $\cos(\alpha)$ *2)* $\tan(\alpha)$ *3)* $\sin(\alpha)$, $\cos(\beta)$ *4)* $\tan(\beta)$
b) 1) $\tan(\psi)$ *2)* $\sin(\varepsilon)$, $\cos(\psi)$ *3)* $\sin(\psi)$, $\cos(\varepsilon)$ *4)* $\tan(\varepsilon)$

7.5 *1)* h *2)* h *3)* β *4)* γ_1, γ_2 *5)* γ_1 *6)* $\cos(\alpha)$

7.6 *a)* $\frac{h}{a}$ *b)* $\frac{h}{a}$ *c)* $\frac{h}{c_2}$ *d)* $\frac{c_2}{h}$ *e)* $\frac{c_2}{b}$ *f)* $\frac{h}{b}$ *g)* $\frac{c_1}{h}$ *h)* $\frac{c_1}{a}$

7.7 *a)* $\cos(\gamma_1)$ *b)* $\sin(\alpha)$ *c)* $\cos(\alpha)$ *d)* $\tan(\gamma_1)$ *e)* $\tan(\gamma_2)$

7.8 *1)* $\frac{b}{a}$ *2)* $\frac{b}{a}$ *3)* $\frac{b}{c}$ *4)* $\frac{c}{a}$

7.9 *a)* 0,374... *b)* 7,595... *c)* 0,999... $\approx$ 1 *d)* 1 *e)* 0,5

7.10 *a)* 0,632... *b)* 5,386... *c)* 0,544... *d)* 0,546... *e)* 0,990...

7.11 *a)* 0,866... *b)* 0,866... *c)* 1 *d)* 0,422... *e)* 3,732...

7.12 *a)* 30° *b)* 60° *c)* 65,165...° *d)* 45° *e)* 45° *f)* 18,434...°

7.13 LS: $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$; RS: $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}}{\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

7.14 *1)* Das Verhältnis kann nur Werte aus dem Intervall]0; 1[annehmen. Im rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse stets länger als jede der beiden Katheten und es liegt in beiden Fällen ein echter Bruch vor. Der Wert des Quotienten ist daher immer kleiner als eins, aber größer als null.
2) A) ja B) nein C) nein D) ja

7.15 *1)* Abb. 7.7: gleichseitiges Dreieck; Abb. 7.8: gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck

2) Abb. 7.7: $\cos(30°) = \frac{h}{a} = \frac{\frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}}{a}$; Abb. 7.8: $\sin(45°) = \frac{a}{a\cdot\sqrt{2}}$

3)

	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

7.16 *1)* $\overline{OQ} = 0{,}86$ E; $\overline{PQ} = 0{,}5$ E; $\overline{RT} = 0{,}58$ E
2) Die Werte stimmen in etwa überein.
3) OQ ... $\cos(\varphi)$, PQ ... $\sin(\varphi)$, RT ... $\tan(\varphi)$
4) Die Strecke OQ wird stetig kürzer, bis sie bei $\varphi = 90°$ null wird. Die Strecke PQ wird stetig länger, bis sie bei $\varphi = 90°$ eine Einheit lang ist. Die Strecke RT wird stetig länger, bis sie bei $\varphi = 90°$ unendlich lang ist.
5) $(\sin(\varphi))^2 + (\cos(\varphi))^2 = 1$

7.18 ***a)*** Die Kathete a ist die Gegenkathete zum Winkel α. Deshalb lässt sich a mithilfe der Sinusfunktion berechnen: $\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) = 12\text{ cm} \cdot \sin(17°) = 3{,}508\ldots\text{ cm}$.
Die Kathete b ist die Ankathete zum Winkel α. Deshalb lässt sich b mithilfe der Cosinusfunktion berechnen: $\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha) = 12\text{ cm} \cdot \cos(17°) = 11{,}475\ldots\text{ cm}$. Der Winkel β wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet:
$\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \beta = 90° - \alpha = 90° - 17° = 73°$

b) Die Kathete a ist die Gegenkathete und die Kathete b ist die Ankathete zum Winkel α. Deshalb lässt sich b mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow b = \frac{a}{\tan(\alpha)} = \frac{37\text{ mm}}{\tan(33°)} =$
$= 56{,}975\ldots\text{ mm}$. Die Hypotenuse c kann mithilfe der Sinusfunktion berechnet werden:
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow c = \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{37\text{ mm}}{\sin(33°)} = 67{,}934\ldots\text{ mm}$. Der Winkel β wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \beta = 90° - \alpha = 90° - 33° = 57°$.

c) Die Kathete b ist die Ankathete und die Kathete a die Gegenkathete zum Winkel α. Deshalb lässt sich a mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \tan(\alpha)$,
$a = 111\text{ m} \cdot \tan(29{,}9°) = 63{,}827\ldots\text{ m}$. Die Hypotenuse c kann mithilfe der Cosinusfunktion berechnet werden: $\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{b}{\cos(\alpha)} = \frac{111\text{ m}}{\cos(29{,}9°)} = 128{,}042\ldots\text{ m}$. Der Winkel β wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \beta = 90° - \alpha =$
$= 90° - 29{,}9° = 60{,}1°$.

7.19 ***a)*** Die Kathete x ist die Gegenkathete zum Winkel ρ, die Seite w ist die Hypotenuse. Deshalb lässt sich x mithilfe der Sinusfunktion berechnen: $\sin(\rho) = \frac{x}{w} \Rightarrow x = w \cdot \sin(\rho) = 5{,}67\text{ m} \cdot \sin(38°) =$
$= 3{,}490\ldots\text{ m}$. Die Kathete u ist die Ankathete zum Winkel ρ. Deshalb lässt sich u mithilfe der Cosinusfunktion berechnen: $\cos(\rho) = \frac{u}{w} \Rightarrow u = w \cdot \cos(\rho) = 5{,}67\text{ m} \cdot \cos(38°) = 4{,}468\ldots\text{ m}$.
Der Winkel ω wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\rho + \omega + 90° =$
$= 180° \Rightarrow \omega = 90° - \rho = 90° - 38° = 52°$.

b) x ist die Ankathete zum Winkel ω und u die Gegenkathete. Deshalb lässt sich u mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\omega) = \frac{u}{x} \Rightarrow u = x \cdot \tan(\omega) = 1{,}1\text{ cm} \cdot \tan(72{,}2°) = 3{,}426\ldots\text{ cm}$.
w ist die Hypotenuse und lässt sich mithilfe der Cosinusfunktion berechnen:
$\cos(\omega) = \frac{x}{w} \Rightarrow w = \frac{x}{\cos(\omega)} = \frac{1{,}1\text{ cm}}{\cos(72{,}2°)} = 3{,}598\ldots\text{ cm}$. Der Winkel ρ wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\rho + \omega + 90° = 180° \Rightarrow \rho = 90° - \omega = 90° - 72{,}2° = 17{,}8°$.

c) Gegeben sind die beiden Katheten u und x. Der Winkel ρ lässt sich mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\rho) = \frac{x}{u} \Rightarrow \rho = \arctan\left(\frac{x}{u}\right) = \arctan\left(\frac{65{,}67\text{ dm}}{45{,}98\text{ dm}}\right) = 55{,}001\ldots°$.
Der Winkel ω wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet:
$\rho + \omega + 90° = 180° \Rightarrow \omega = 90° - \rho = 90° - 55{,}001\ldots° = 34{,}998\ldots°$. Die Hypotenuse w lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $w^2 = u^2 + x^2 \Rightarrow w = \sqrt{u^2 + x^2}$,
$w = \sqrt{(45{,}98\text{ dm})^2 + (65{,}67\text{ dm})^2} = 80{,}166\ldots\text{ dm}$.

d) u ist die Ankathete zum Winkel ρ, w ist die Hypotenuse. Deshalb lässt sich der Winkel ρ mithilfe der Cosinusfunktion berechnen: $\cos(\rho) = \frac{u}{w} \Rightarrow \rho = \arccos\left(\frac{u}{w}\right) = \arccos\left(\frac{0{,}06\text{ m}}{0{,}07\text{ m}}\right) = 31{,}002\ldots°$. Der Winkel ω wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\rho + \omega + 90° = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow \omega = 90° - \rho = 90° - 31{,}002\ldots° = 58{,}997\ldots°$. Die Kathete x lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $w^2 = u^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{w^2 - u^2} = 0{,}036\ldots\text{ m}$.

7.20 ***a)*** a ist die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck mit den beiden Katheten h_c und p. Deshalb lässt sich a mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $a^2 = h_c^2 + p^2 \Rightarrow a = \sqrt{h_c^2 + p^2} = \sqrt{(24\text{ cm})^2 + (18\text{ cm})^2} = 30\text{ cm}$. h_c ist die Gegenkathete zum Winkel β und p die Ankathete. Deshalb lässt sich β mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\beta) = \frac{h_c}{p} \Rightarrow$ $\Rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{h_c}{p}\right) = \arctan\left(\frac{24\text{ cm}}{18\text{ cm}}\right) = 53{,}130...°$. Der Winkel α wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \alpha = 90° - \beta = 90° - 53{,}130...° = 36{,}869...°$. b ist die Gegenkathete zum Winkel β und lässt sich mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\beta) = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \tan(\beta) = 30\text{ cm} \cdot \tan(53{,}130...°) = 40\text{ cm}$. c ist die Hypotenuse und lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(30\text{ cm})^2 + (40\text{ cm})^2} = 50\text{ cm}$.

b) b ist die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck mit den beiden Katheten h_c und q. Deshalb lässt sich b mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $b^2 = h_c^2 + q^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow b = \sqrt{h_c^2 + q^2} = \sqrt{(4{,}8\text{ m})^2 + (6{,}4\text{ m})^2} = 8\text{ m}$. h_c ist die Gegenkathete zum Winkel α und q die Ankathete. Deshalb lässt sich α mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\alpha) = \frac{h_c}{q} \Rightarrow$ $\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{h_c}{q}\right) = \arctan\left(\frac{4{,}8\text{ m}}{6{,}4\text{ m}}\right) = 36{,}869...°$. Der Winkel β wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \beta = 90° - \alpha = 90° - 36{,}869...° = 53{,}130...°$. a ist die Gegenkathete zum Winkel α und lässt sich mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \tan(\alpha) = 8\text{ m} \cdot \tan(36{,}869...°) = 6\text{ m}$. c ist die Hypotenuse im Dreieck und lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(6\text{ m})^2 + (8\text{ m})^2} = 10\text{ m}$.

c) p ist die Ankathete zum Winkel β und a ist die Hypotenuse. Deshalb lässt sich β mithilfe der Cosinusfunktion berechnen: $\cos(\beta) = \frac{p}{a} \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{p}{a}\right) = \arccos\left(\frac{25\text{ dm}}{65\text{ dm}}\right) = 67{,}380...°$. Der Winkel α wird mithilfe der Winkelsumme 180° im Dreieck berechnet: $\alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \alpha = 90° - \beta = 90° - 67{,}380...° = 22{,}619...°$. b ist die Gegenkathete zum Winkel β und lässt sich mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\beta) = \frac{b}{a} \Rightarrow$ $\Rightarrow b = a \cdot \tan(\beta) = 65\text{ dm} \cdot \tan(67{,}380...°) = 156\text{ dm}$. c ist die Hypotenuse im Dreieck und lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen: $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(65\text{ dm})^2 + (156\text{ dm})^2} = 169\text{ dm}$. h_c ist die Gegenkathete zum Winkel β, p die Ankathete. Deshalb lässt sich h_c mithilfe der Tangensfunktion berechnen: $\tan(\beta) = \frac{h_c}{p} \Rightarrow h_c = p \cdot \tan(\beta)$, $h_c = 25\text{ dm} \cdot \tan(67{,}380...°) = 60\text{ dm}$.

7.21

	a	c	h_a	h_c	A	α	γ
a)	334 mm	72 mm	71,580... mm	332,054... mm	11 953,951... mm^2	83,812...°	12,375...°
b)	23,805... cm	39 cm	22,369... cm	13,654... cm	266,253... cm^2	35°	110°
c)	6,131... cm	6,498... cm	5,511... cm	5,2 cm	16,896... cm^2	58°	64°
d)	2,4 m	1,9 m	1,744... m	2,203... m	2,093... m^2	66,682...°	46,635...°
e)	4,000... dm	5,6 dm	4 dm	2,857... dm	8,001... dm^2	45,158...°	88,830...°
f)	75,7 cm	100,243... cm	75,123... cm	56,73 cm	2 843,410... cm^2	48,538...°	82,922...°

7.22 ***a) 1)*** Die Berechnungen können nicht stimmen.

2) α und β ergeben zusammen mehr als 90°. Die Zahlen 3 und 4 erfüllen mit 5 den Satz von Pythagoras. $\alpha + \beta = 101{,}72° > 90°$ und $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5\text{ cm} \neq 6\text{ cm}$.

b) 1) Die Berechnungen von a und c können nicht stimmen, die Berechnung von α könnte stimmen.

2) b und c sind zusammen kleiner als a. α ergibt mit β zusammen 90°.
$b + c = 10{,}42\text{ m} < 12\text{ m} = a$. $\alpha + \beta = 90°$.

7.24 bis **7.27**: Auf die Darstellung der Skizze wird verzichtet.

7.24 ***a)*** 12,211... mm; 62,824... mm ***b)*** 2,401... mm; 2,762... mm ***c)*** 0,114... dm; 0,277... dm

7.25

	a	α	β
a)	20,353... mm	124,351...°	55,648...°
b)	4,813... cm	95,052...°	84,947...°
c)	21,219... cm	68,877...°	111,122...°

7.26

	a = d	b = c	e	f	α	β = δ	γ
a)	13 mm	19 mm	29,471... mm	12,206... mm	56°	133,263...°	37,473...°
b)	2,149... cm	4,5 cm	5,3 cm	3,6 cm	113,698...°	99,573...°	47,156...°
c)	37,036... mm	46,669... mm	49,814... mm	66 mm	126°	72°	90°
d)	2,5 m	1,908... m	2,7 m	3,4 m	85,687...°	74,177...°	125,958...°

7.27

	e	f
a)	60,713... mm	39,215... mm
b)	70,724... cm	46,254... cm
c)	13,508... m	6,433... m
d)	48,536... dm	26,193... dm

7.28

	a	b	c	d	α	β	γ	δ	h	A
a)	53 m	25 m	26,766... m	16,720... m	67°	38°	142°	113°	15,391... m	613,863... m²
b)	174,235... m	339,561... m	244 m	312 m	72,5°	118,8°	61,2°	107,5°	297,559... m	62 224,995... m²

7.29 67,957... mm

7.30 9,184... m

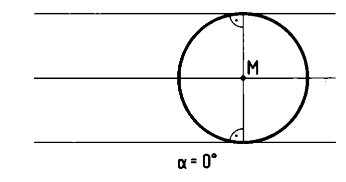
7.31 $a = 25{,}114...\text{ cm}$; $r_i = 7{,}25\text{ cm}$

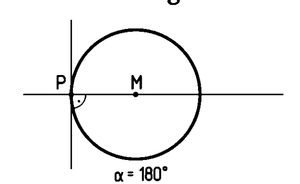
7.32 11,300... cm^2

7.33 ***1)*** 73,739...°

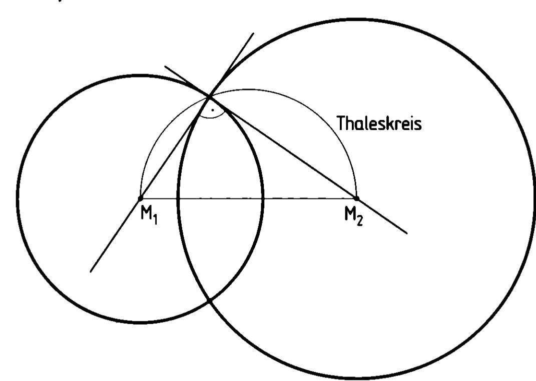
2) $\alpha \in [0°; 180°]$

Der Fall, dass $\alpha = 180°$ ist, tritt bei $p = 0$ ein. Die beiden Tangenten fallen zusammen.





7.34 ***1)*** 58,894...°
2) Wenn $\alpha = 90°$ ist, liegt der Schnittpunkt der beiden Kreise auf einem Thaleskreis. Die Endpunkte des Durchmessers des Thaleskreises sind die Mittelpunkte der beiden Kreise.



7.35 mind. 19,550... m

7.36 123,752... cm

7.38 ***1)*** Cem hat Recht. $\alpha = \arctan(0{,}92) = 42{,}614...°$
2) 45° bzw. 63,434...°
3) Das ist nicht möglich. Die Zahl wäre unendlich groß.

7.39 Nein, 10 % Steigung entsprechen einem Steigungswinkel von 5,710...°. Ein Vielfaches der Steigung in % bewirkt nicht dasselbe Vielfache des Steigungswinkels. Die Tangensfunktion ist nicht linear.

7.40 ***1)*** Knoten Steinhäusl: max. 5,2 % Steigung, Turracher Höhe: max. 23 % Steigung
2) 2,976...° bzw. 12,952...°
3) Ursachen für die Probleme: Eis, Schnee und Matsch in Verbindung mit fehlender Winterausrüstung. Lösung der Probleme zB durch Kettenpflicht für LKW, Winterbereifung bei entsprechender Witterung.

7.41 ***a)*** 2,862...° ***b)*** 4,289...° ***c)*** 6,842...° ***d)*** 9,090...°

7.42 ***1)*** 45° und 63,434...° ***2)*** 0,176... und 0,363...
3) Doppelt so große Steigung bedeutet nicht doppelt so großer Winkel und umgekehrt.

7.43 ***a)*** 0,260...°; $0{,}\overline{45}$ % ***b)*** 0,114...°; 0,2 %

7.44 ***a)*** 5,847... m ***b)*** 13,157... m ***c)*** 21,928... m

7.45 1 105,246... m

7.46 ***1)*** 10,017... m ***2)*** 5 %

7.47 ***1)*** 30,113...° ***2)*** 29,310... cm ***3)*** 5 m

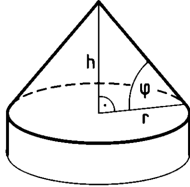
7.48 ***1)*** 23,282...°; $43{,}\overline{03}$ %; 898,136... m ***2)*** 2,694... min

7.49 219,959... m^2 **7.50** 94,194... m^2 **7.51** 24,470... m^2

7.52 ***1)*** 68,198...° (Dreieck); 45° (Trapez) ***2)*** 195,273... m^2

7.53 18,929... m^2

7.54 ***1)***



Fläche des Mantels: $M = r\pi s$. Einsetzen von $s = \frac{r}{\cos(\varphi)}$ ergibt $M = \frac{r^2\pi}{\cos(\varphi)}$.
Grundfläche: $G = r^2\pi$
Nach dem Flächenprojektionssatz müsste gelten: $G = M \cdot \cos(\varphi)$.
Einsetzen der Formel für G und M ergibt: $r^2\pi = \frac{r^2\pi}{\cos(\varphi)} \cdot \cos(\varphi)$.
Die Behauptung ist daher richtig.

2) 60°

7.56 94,450... m

7.57 ***1)*** 18,35° ***2)*** 609,008... m

7.58 ***a)*** 65,144...° ***b)*** 18,351...°

7.59 8,198... m

7.60 105,820... m

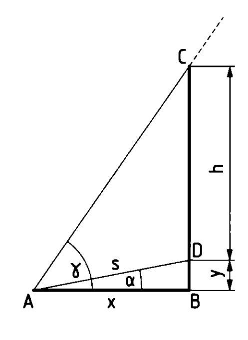
7.61 4,208... m

7.62 ***1)*** Skizze B) passt. In Skizze A) ist der Höhenwinkel α falsch eingezeichnet.
Höhenwinkel werden von einer Horizontalen ausgehend gezeichnet. β ist ein Sehwinkel. Er wird nicht von einer Horizontalen aus gemessen.

2) $d = 2a \cdot (\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha))$; 76,191... m

7.63 ***1)*** 498,656... m; 808,052... m ***2)*** 2,991... $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ***3)*** 24,092... %

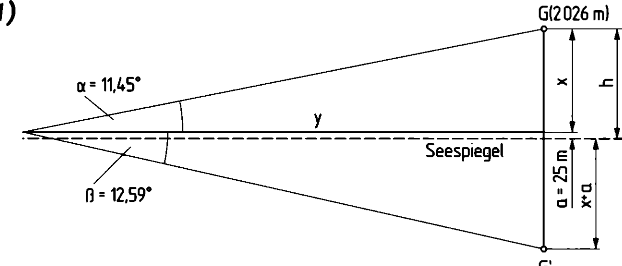
7.64



Die Dreiecke ABC und ABD sind rechtwinklig. Die gesuchte Strecke h liegt im Dreieck ABC auf der Gegenkathete zum Winkel γ.

1. Schritt: Berechnung von x (mithilfe der Cosinusfunktion) und y (mithilfe der Sinusfunktion) im Dreieck ABD mit der Hypotenuse s und dem Winkel α.
2. Schritt: Berechnung der Gegenkathete (y + h) zum Winkel γ mithilfe der Tangensfunktion im Dreieck ABC mit der Ankathete x.
3. Schritt: $h = (y + h) - y$
$h = 19{,}444...$ m

7.65 ***1)***

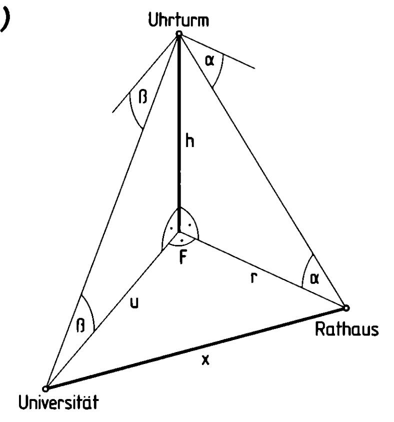


2) 1 514,105... m

3) $h = a \cdot \frac{\tan(\beta) + \tan(\alpha)}{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}$

7.66 99,456... m

7.67 ***1)***



2) 1. Schritt: Berechnung der horizontalen Entfernungen r und u mithilfe der Tangensfunktion mit der Höhe h und dem Winkel α bzw. β.

2. Schritt: Die gesuchte Entfernung x ist die Hypotenuse im Dreieck FRU. Berechnung mithilfe des Satzes von Pythagoras und den Katheten r und u.

$\frac{h}{r} = \tan(\alpha) \Rightarrow r = \frac{h}{\tan(\alpha)} = \frac{151\text{ m}}{\tan(12{,}46°)} =$
$= 683{,}374...\text{ m}$

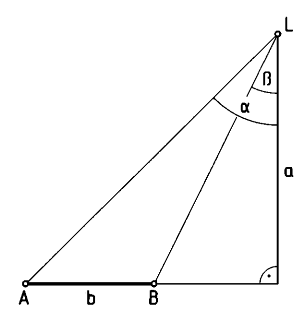
$\frac{h}{u} = \tan(\beta) \Rightarrow u = \frac{h}{\tan(\beta)} = \frac{151\text{ m}}{\tan(6{,}67°)} =$
$= 1\,291{,}236...\text{ m}$

$x^2 = r^2 + u^2 \Rightarrow x = \sqrt{r^2 + u^2} =$
$= \sqrt{(683{,}374...\text{ m})^2 + (1\,291{,}236...\text{ m})^2} =$
$= 1\,460{,}921...\text{ m}$

7.68 ***1)*** Das Schiff kann passieren. ***2)*** 26 m

7.69 8 850,070... m

7.70



zB a = 10 m, α = 45,58°, β = 26,57° ⇒ b = 5,203... m

7.72

	F_H	F_N
a)	4,949... kN	4,949... kN
b)	5,176... kN	19,318... kN
c)	59,090... kN	104,442... kN

7.73

	F_R	α_1	α_2
a)	53,851... N	68,198...°	21,801...°
b)	149,816... N	26,565...°	63,434...°
c)	1,387... N	66,205...°	23,794...°

7.74

	F_1	F_2
a)	88,294... N	46,947... N
b)	22,353.. kN	6,919... kN
c)	314,350... N	283,042... N

7.75

	F_N	F_L
a)	6,954... kN	1,863... kN
b)	3,4 kN	0 kN
c)	0 kN	2,8 kN
d)	869,867... N	15,183... N
e)	56,568... N	56,568... N
f)	0,931... kN	0,363... kN

7.76 ***a)*** $F_1 = F_2 = 126{,}210...$ N ***b)*** $F_1 = F_2 = 360{,}730...$ N ***c)*** $F_1 = F_2 = 90{,}688...$ N

7.77 403,112... $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; −97,125...° Abweichung von der Nordrichtung

7.78 523,450... $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; −6,581...° Abweichung von der Südrichtung

7.79 Hinaufrollen: 562,494... N; Druck gegen die Rampe: 1 465,347... N

7.80 ***a)*** Seil: 102,549... N; Stab: 69,938... N ***b)*** 12,373...°

7.81 6,139... $\frac{m}{s}$; 167,774...° Abweichung bezogen auf die Fließrichtung

7.82 ***1)*** 3,041... $\frac{m}{s}$; 80,537...° Abweichung bezogen auf die angestrebte Richtung
2) 900 m

7.83 ***a)*** 14,863...° ***b)*** 42,822...° ***c)*** 0° ***d)*** 32,027...° ***e)*** 48,590...°

7.84 ***1)*** 5,262... t ***2)*** 30 Personen (30,163...)

7.85 3,035...° Abweichung vom Lot

7.87 ***a)*** 42 439,126... km ***b)*** 6 371 km ***c)*** 224,744... km

7.88 768 878,186... km

7.89 154 649,869... km

7.90 ***1)*** r = 4 345,011... km; u = 27 300,512... km ***2)*** 5 226,161... km

7.91 ***a)*** 60° nördliche Breite (Helsinki, St. Petersburg) bzw. 60° südliche Breite (nur Wasserflächen)
b) 75,522...° nördliche Breite bzw. 75,522...° südliche Breite (beide Breitenkreise liegen in Bereichen der Erde, die nicht bewohnt sind)

7.92 Die Berechnung ergibt α = 1,945...° und β = 1,654...°. Der Winkel α gibt an, bis zu welcher Gradabweichung Orte auf der Erdoberfläche vom Großvenediger aus erblickt werden können. Der Winkel β ist der zugehörige Winkel zur Bogenlänge der Entfernung des Großvenedigers von Venedig. Da $\alpha > \beta$ ist, liegt Venedig theoretisch in Sichtweite des Großvenedigers.

7.93 Peter sieht nur Nina.
Peter und Michael bzw. Peter und Nina können zusammen auf der Erdoberfläche einen Bogen überblicken, der einem Winkel von $\alpha + \beta$ = 0,084 3...° entspricht. Die Länge dieses Bogens beträgt 9,376... km. Da Nina nur 7,4 km entfernt in Podersdorf steht, kann Peter sie sehen. Michael ist in Mörbisch, das 21 km von Neusiedl entfernt ist, zu weit weg.

7.94 ***a)*** γ_2 ***b)*** β ***c)*** $\frac{h}{c_1}$ ***d)*** $\frac{c_1}{a}$

7.95 ***a)*** 0,972... ***b)*** 1,897... ***c)*** 0,007 85... ***d)*** 0,719...

7.96 ***a)*** 70,731...° ***b)*** 74,054...° ***c)*** 45° ***d)*** 75,522...°

7.97

	h_c	a	b	c	α	β
a)	91 mm	98,146... mm	242,921... mm	261,999... mm	22°	68°
b)	3,62 m	6,737... m	4,292... m	7,988... m	57,5°	32,5°
c)	239 km	381,421... km	306,670... km	489,416... km	51,2°	38,8°
d)	0,56 cm	0,609... cm	1,415... cm	1,541... cm	23,3°	66,7°
e)	71 m	84 m	132,861... m	157,188... m	32,302...°	57,697...°
f)	459,1 dm	804 dm	559,239... dm	979,369... dm	55,178...°	34,821...°
g)	2,9 m	3,389... m	5,6 m	6,546... m	31,188...°	58,811...°
h)	88,2 mm	193,223... mm	99,13 mm	217,168... mm	62,840...°	27,159...°

7.98

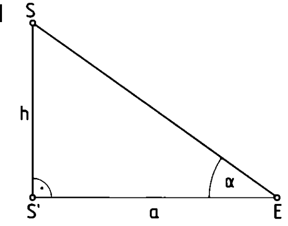
	d	b
a)	53,656... cm	29,223... cm
b)	426,147... mm	59,308... mm
c)	11,313... m	8 m

7.99 69,396... mm

7.100

	e	f	A
a)	6,902... cm	4,702... cm	13,086... cm^2
b)	4,702... cm	4,702... cm	9,997... cm^2
c)	4,906... cm	5,511... cm	13,520... cm^2

7.101



1) $k = 100\,\% \cdot \tan(\alpha)$

2) Unter der Voraussetzung, dass die Rutsche geradlinig ist, kann mit h und α die horizontale Entfernung berechnet werden.

7.102 1,294... m

7.103

	a	h
a)	169,353... m	14,816... m
b)	318,782... m	27,889... m
c)	1,793... km	0,156... km

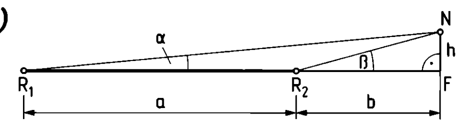
7.104 ***1)*** 3 357,247... m ***2)*** 4,796... s

7.105 94 192,208... m

7.106 3,012...°

7.107 2,215... m

7.108 ***1)*** ***a)***



1. Schritt: Berechnung des Wegs a, den der Radfahrer in 2 Minuten zurücklegt, mit der Formel $s = v \cdot t$.

2. Schritt: Die Höhe h ist eine Kathete der rechtwinkligen Dreiecke R_1FN bzw. R_2FN. Für beide Dreiecke h mit der Tangensfunktion ausdrücken. Die beiden Terme gleichsetzen und b berechnen. b einsetzen und h berechnen.

3. Schritt: Die Aughöhe von 1,3 m zur berechneten Höhe addieren.

$a = 7\,\frac{m}{s} \cdot 120\,s = 840\,m$

$\triangle R_1FN$: $\frac{h}{840\,m + b} = \tan(\alpha) \Rightarrow h = (840\,m + b) \cdot \tan(\alpha)$

$\triangle R_2FN$: $\frac{h}{b} = \tan(\beta) \Rightarrow h = b \cdot \tan(\beta)$

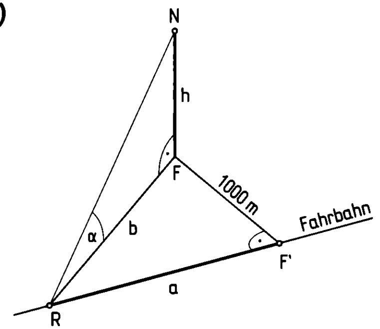
Gleichsetzen ergibt $(840\,m + b) \cdot \tan(\alpha) = b \cdot \tan(\beta)$.

Umformen auf b ergibt: $b = \frac{840\,m \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\beta) - \tan(\alpha)} = 441{,}351...\,m$.

Einsetzen ergibt $h = 119{,}995...\,m$.

Addieren der Aughöhe von 1,3 m ergibt die Höhe der Windkraftanlage von 121,295... m.

1) b)



1. Schritt: Berechnung des Wegs a, den der Radfahrer in 3 Minuten zurücklegt, mit der Formel $s = v \cdot t$.
2. Schritt: Berechnung von b (Hypotenuse) mithilfe des Satzes von Pythagoras und den Katheten a und 1 000 m.
3. Schritt: h ist die Gegenkathete zum Winkel α im Dreieck FRN. Berechnung von h mithilfe der Tangensfunktion.
4. Schritt: Addition der Augenhöhe zum berechneten h ergibt die Gesamthöhe der Windanlage.

$a = 7\,\frac{m}{s} \cdot 180\,s = 1\,260\,m$

$b^2 = a^2 + (1\,000\,m)^2 \Rightarrow b = \sqrt{(1\,260\,m)^2 + (1\,000\,m)^2} = 1\,608{,}601...\,m$

$\triangle FRN$: $\frac{h}{b} = \tan(\alpha) \Rightarrow h = b \cdot \tan(\alpha) = 120{,}104...\,m$

Addieren der Augenhöhe von 1,3 m ergibt eine Gesamthöhe der Windanlage von 121,404... m.

2) Länge der Rotorblätter bis 75 m und Gesamthöhe bis 205 m (Stand 2012).

7.109 $F_H = 220{,}625...\,N$

1) $F_R = 4\,780{,}224...\,N > F_H$, $(\mu < 0{,}65)$
2) $F_R = 2\,573{,}966...\,N > F_H$, $(\mu < 0{,}35)$
3) $F_R = 735{,}419...\,N > F_H$, $(\mu < 0{,}1)$
$\Rightarrow$ Das Auto rutscht in keinem der drei Fälle ab.

7.110 ***a)*** 0,577... kN ***b)*** 0,871... kN ***c)*** 1,931... kN

7.111 197,356... N

7.112 1,027... mm

7.113 ***1) a)*** 9,195... m ***b)*** 12,75 m
2) $\alpha = 44{,}392...°$, $\beta = 135{,}607...°$
3) Es ist nicht sinnvoll, den Winkel auf 180° einzustellen, da der Abstand zwischen den linken und den rechten Gelenken dann null ist. Geringe unsymmetrische Gewichtsverteilungen auf der Arbeitsfläche erzeugen große torsale Kräfte vor allem in den unteren Gelenken.

7.114 a) 15 066 148,926... km^2 (2,953... %) ***c)*** 80 035,222... km^2 (0,015... %)
b) 399 674,402... km^2 (0,078... %)

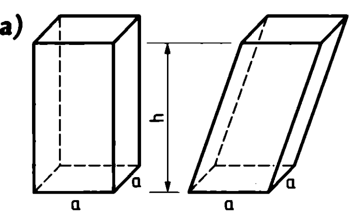
8 Geometrie des Raumes

8.1 Der Pyramidenstumpf mit sechseckiger Grundfläche, der schräg abgeschnittene Zylinder, der Drehkegel und der aus einer schiefen vierseitigen Pyramide und einem halben Drehkegel zusammengesetzte Körper lassen sich aus Papier basteln. Ihre Oberflächen enthalten nur einfach (nach einer Richtung) gekrümmte Flächen. Der Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel und die Kugel lassen sich nicht aus Papier basteln. Ihre Oberflächen sind nach mehreren Richtungen gekrümmt.

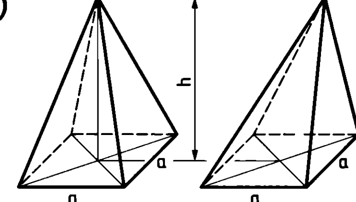
8.2 Würfel, $V = a^3$; Quader, $V = abh$; Drehylinder, $V = r^2\pi h$; Drehkegel, $V = \frac{r^2\pi h}{3}$

8.3 ***a)*** $V = a^3$ ***b)*** $V = abh$ ***c)*** $V = \frac{a^2h}{3}$

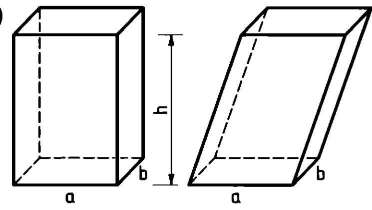
8.4 ***a)***



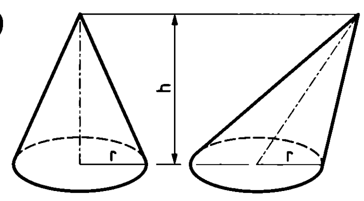
d)



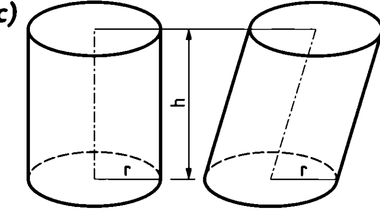
b)



e)



c)



8.7 ***1)*** Ein Würfel ist ein gerader Körper, dessen Oberfläche aus sechs gleich großen Quadraten besteht.
2) Ein Quader ist ein gerader Körper, dessen Oberfläche aus sechs Rechtecken besteht, wobei je zwei gegenüberliegende deckungsgleich sind.

8.8 ***1)*** $h_1 = 15{,}285...$ cm bzw. $h_2 = 16{,}625$ cm
2) $O_1 = 659{,}714...\ cm^2$ bzw. $O_2 = 660\ cm^2$. Für beide Formen wird ungefähr gleich viel Verpackungsmaterial benötigt.

8.9

	V	O
a)	$649{,}519...\ cm^3$	$450\ cm^2$
b)	$29{,}305...\ cm^3$	$57{,}031\ 2\ cm^2$
c)	$13{,}263...\ m^3$	$33{,}62\ m^2$

8.10 ***a)*** $107{,}238...\ cm^3$; $170{,}133...\ cm^2$ ***b)*** $0{,}114...\ m^3$; $1{,}717...\ m^2$

8.11 $29{,}985...\ cm^3$; $84{,}895...\ cm^2$

8.12 ***1)*** Das Volumen wird verdoppelt.
2) Das Volumen wird vervierfacht.
3) Das Volumen wird verachtfacht.
4) Das Volumen bleibt gleich.

8.13 4 m^2 Blech reichen für die Anfertigung aus. Die Oberfläche beträgt 3,471... m^2.

8.14

	V	O
a)	151,554... cm^3	231,650... cm^2
b)	602,167... cm^3	436,023... cm^2
c)	909,326... cm^3	549,903... cm^2
d)	1 689,$\overline{94}$ cm^3	801,421... cm^2

8.15 ***a)*** 308,686... mm^3 ***b)*** 1 852,117... mm^3 ***c)*** 712,880... mm^3

8.16 ***a)*** 19,779 cm^3 ***b)*** 0,795... cm^3 ***c)*** 36,786... cm^3

8.17 Das Ergebnis ist immer 2. Nach dem Euler'schen Polyedersatz gilt diese Eigenschaft für alle beschränkten, konvexen Polyeder.

8.18 ***a)*** 617,632... m^3 ***b)*** 249,274... m^3 ***c)*** 5 355 m^3 ***d)*** 532,842... m^3

8.19 ***a)*** 2,751 kg ***b)*** 13,534 92 kg ***c)*** 1,666 32 kg ***d)*** 1,744 92 kg

8.20 ***a)*** 10,390... m^2 ***b)*** 14,006... m^2

8.21 3 000 m^3. Das Verhältnis 2 : 3 im Steigungsdreieck gibt an, dass der vertikale Abstand zwei Teile, der horizontale drei Teile lang ist. In der Skizze müsste x eineinhalbmal so lang wie die Höhe h des Damms gezeichnet sein.

8.22 ***1)*** Realistisch ist die Einheit Meter. Bei Kilometer als Einheit wäre das Becken 25 km lang, bei Dezimeter wäre es nur 22 cm tief. Beides ist nicht realistisch.
2) Das Befüllen geht sich knapp nicht an einem halben Tag aus, es dauert 12 h 13 min 20 s.

8.23 0,914... m

8.24 ***a)*** $d = \sqrt{(d')^2 + a^2} = \sqrt{(\sqrt{a^2 + a^2})^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3} \cdot a$ mit Seitenlänge a, Diagonale d′ der Seitenflächenquadrate und Raumdiagonale d.
b) $d = \sqrt{(d')^2 + c^2} = \sqrt{(\sqrt{a^2 + b^2})^2 + c^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ mit Länge a und Breite b der Grundfläche, Höhe c, Diagonale d′ der Grundfläche und Raumdiagonale d.

8.28 ***1)*** r = 210 mm, h = 297 mm ***3)*** r = 105 mm, h = 297 mm
2) r = 297 mm, h = 210 mm ***4)*** r = 148,5 mm, h = 210 mm

8.29 ***a)*** 92 815,944... cm^3 ***b)*** 13 289,800... mm^3 ***c)*** 75 274,076... dm^3

8.30 49 Nudeln (49,735...); ohne Überlappung und Verschnitt bzw. die Dicke des Teigs wird vernachlässigt.

8.31 1,083... dm

8.32 Nein, die beiden Rohre haben unterschiedliche Volumina. Das Rohr mit dem größeren Radius hat das größere Volumen, da laut Volumsformel für Zylinder der Radius zum Quadrat gerechnet wird, die Höhe aber nicht.

8.33 68,043... kg

8.34 $V = 34\,240{,}783...\ cm^3$; $m = 268{,}790...\ kg$
Die Abmessungen des Stahlrohrs sind in cm gegeben. Deshalb hat das berechnete Volumen die Einheit cm^3. Einfacher wäre daher die Berechnung der Masse mit einer in $\frac{kg}{cm^3}$ angegebenen Dichte.

8.35 ***a)*** $26\,389{,}378...\ mm^2$ Die beiden Teile des Rohrstücks sind gleich große schräg abgeschnittene Zylinder. h_1 ist 100 mm lang. h_2 kann mithilfe der Tangensfunktion berechnet werden:
$h_2 = 100\ mm - 60\ mm \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 100\ mm - 60\ mm \cdot \tan(45°) = 100\ mm - 60\ mm = 40\ mm.$
Berechnung der Mantelfläche:
$M = 2 \cdot \left(d \cdot \pi \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}\right) = 2 \cdot \left(60\ mm \cdot \pi \cdot \frac{100\ mm + 40\ mm}{2}\right) = 26\,389{,}378...\ mm^2$
b) $33\,014{,}466...\ mm^2$ ***c)*** $34\,668{,}677...\ mm^2$ ***d)*** $36\,210{,}157...\ mm^2$
Dokumentation von ***b)***, ***c)*** und ***d)*** analog zu ***a)***

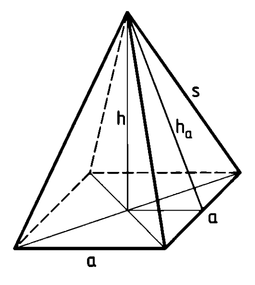
8.36 ***1)*** 166,839... m ***2)*** $3\,517{,}798...\ mm^3$

8.37 3 LKW-Fuhren (2,907...)

8.38 12,723... mℓ

8.39 ***a)*** 0,947... cm ***b)*** 4,953... cm
In allen Gefäßen mit demselben Flüssigkeitsstand wirkt in derselben Höhe derselbe Flüssigkeitsdruck auf den Gefäßboden, unabhängig von der Grundfläche und der Gefäßgeometrie. Als Konsequenz stellt sich bei miteinander verbundenen (= kommunizierenden) Gefäßen derselbe Flüssigkeitspegel ein.

8.42



s ... Seitenkante, a ... Grundkante, h_a ... Seitenflächenhöhe, h ... Körperhöhe

8.43 ***a)*** $58{,}\dot{3}\ mm^3$; $99{,}330...\ mm^2$ ***b)*** $32\,939{,}359...\ m^3$; $10\,060{,}473...\ m^2$

8.44 ***a)*** 14,289... m ***b)*** 12,369... cm

8.45 ***1)*** Das Volumen wird vervierfacht. ***2)*** Das Volumen wird verdoppelt.

8.46 ***a)*** Ja, da die Oberfläche $498{,}830...\ m^2$ beträgt.
b) Ja, da die Oberfläche $165{,}085...\ m^2$ beträgt.

8.47 $5{,}544\ m^3$; $21{,}100...\ m^2$
Die Oberfläche besteht aus der Grundfläche $G = a \cdot b = 2{,}4\ m \cdot 2{,}1\ m = 5{,}04\ m^2$ und dem Mantel, bestehend aus vier Dreiecken:
$M = A_1 + A_2 + 2A_3 = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h_b}{2} + 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$
$h_b = \sqrt{h^2 + a^2} = \sqrt{(3{,}3\ m)^2 + (2{,}4\ m)^2} = 4{,}080...\ m$ und
$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{(3{,}3\ m)^2 + (1{,}05\ m)^2} = 3{,}463...\ m$ einsetzen ergibt
$M = \frac{2{,}1\ m \cdot 3{,}3\ m}{2} + \frac{2{,}1\ m \cdot 4{,}080...\ m}{2} + 2{,}4\ m \cdot 3{,}463...\ m = 16{,}060...\ m^2.$
$O = G + M = 5{,}04\ m^2 + 16{,}060...\ m^2 = 21{,}100...\ m^2$

8.48 ***a)*** $11{,}136\ m^3$; $34{,}744...\ m^2$ ***b)*** $901{,}041\,\dot{6}\ mm^3$; $639{,}292...\ mm^2$

8.49 Zehn Senklote haben die Masse m = 1,717... kg, daher reichen 2 kg Messing zur Herstellung aus.

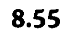
8.50 ***1)*** $162{,}59\dot{3}\ m^3$ ***2)*** $67{,}28\ m^2$ ***3)*** 718,550 4 kg

8.51 ***1)*** 21,651... m ***2)*** 51,052...° ***3)*** $1\,948{,}760...\ m^2$ ***4)*** 101,335... t

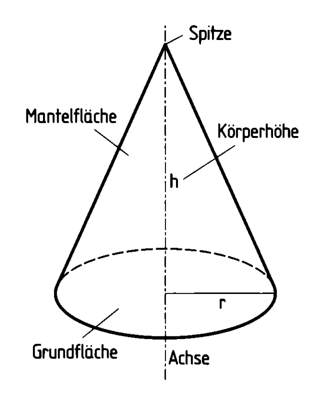
8.54 $r = \sqrt{s^2 - h^2} \Rightarrow$ D4, $h = \sqrt{s^2 - r^2} \Rightarrow$ C5, $V = \frac{r^2 \pi h}{3} \Rightarrow$ C7 bzw. D7, $M = r\pi s \Rightarrow$ C8 bzw. D8, $O = r\pi \cdot (r + s) \Rightarrow$ C9 bzw. D9
Vorgehensweise:
Die Formel wird jeweils in der von Excel verlangten Schreibweise eingegeben. Anstelle der Variablen werden die entsprechenden Zellenverweise eingegeben.

C5: **=Wurzel(C6^2-C4^2)**
C7: **=PI()*C4^2*C5/3**
C8: **=PI()*C4*C6**
C9: **=PI()*C4*(C4+C6)**

D4: **=Wurzel(D6^2-D5^2)**
D7: **=PI()*D4^2*D5/3**
D8: **=PI()*D4*D6**
D9: **=PI()*D4*(D4+D6)**



8.55



8.56 ***a)*** Bei beiden ist die Grundfläche ein Kreis.
Schneidet man beide Körper mit Ebenen parallel zur Grundfläche, so ist die Schnittfläche beim Drehzylinder auf jeder Höhe kongruent zur Grundfläche, während sie sich beim Kegel mit zunehmender Höhe quadratisch zu einer Spitze verkleinert.
b) Schneidet man beide Körper mit Ebenen parallel zur Grundfläche, so verkleinert sich die Schnittfläche bei beiden Körpern mit zunehmender Höhe quadratisch zu einer Spitze.
Die Grundfläche der Pyramide ist ein Vieleck, die Grundfläche eines Kegels ist ein Kreis.

8.57 Werkstücke: Senklot, Einfülltrichter, Anhänger für eine Kette
in der Natur: Dachform bei Türmen, aufgeschütteter Sandhaufen, Bleistiftspitze

8.58 ***a)*** Die in die Ebene abgewickelte Mantelfläche eines Drehkegels ist ein Kreissektor.
b) Die Achse ist beim geraden Kegel normal zur Grundfläche, beim schiefen Kegel ist sie zwischen 0° und 90° zur Grundfläche geneigt. Die Oberfläche wird mithilfe unterschiedlicher Formeln berechnet.
Beide haben als Grundfläche einen Kreis, der sich mit zunehmender Höhe quadratisch zu einer Spitze verkleinert. Die Volumsformeln sind gleich.

8.59 ***a)*** $V = 20{,}943...\ m^3$, $O = 46{,}402...\ m^2$
b) $V = 65\,482{,}149...\ mm^3$, $O = 9\,899{,}048...\ mm^2$
c) $V = 84{,}546...\ cm^3$, $O = 220{,}056...\ cm^2$

8.60 ***1)*** h = 22,740... cm, $\alpha = 10{,}052...°$ ***2)*** 95,254... mℓ

8.61 ***a)*** $2\,654{,}645...\ mm^3$ ***b)*** $3\,788{,}060...\ cm^3$ ***c)*** $8{,}369...\ m^3$ ***d)*** $45{,}210...\ dm^3$

8.62 $r = 15{,}5$ cm; $V = 6\,754{,}362...$ cm^3

8.63 1 275,086... cm^3

8.64 4,282... m

8.65 ***a)*** 19,282... m^3; 31,824... m^2 ***b)*** 66,657... m^3; 76,792... m^2

8.66 ***1)*** 10,392... dm ***2)*** 84,823... dm^3 ***3)*** 254 Packungen (254,469...)

8.69 Ein Trapez, bei dem eine Seite im rechten Winkel zu den beiden parallelen Seiten steht, rotiert um diese Seite.
Ein gleichschenkliges Trapez rotiert um seine Symmetrieachse.
Schneidet man einen Kegelstumpf mit einer die Höhe enthaltenden Ebene, so treten beide Trapeze als Schnittfiguren auf.

8.70 ***a)*** $V = 3\,627{,}492...$ m^3, $O = 1\,532{,}811...$ m^2 ***b)*** $V = 31{,}553...$ cm^3, $O = 56{,}951...$ cm^2

8.71 Regine bekommt um 85,714... % weniger. Gerecht wäre es, so zu teilen, dass die Höhe von Regines Stück 79,370... % der Höhe der ursprünglichen Pyramide hat.
Einfacheres Teilen mit einem vertikalen Schnitt durch die Spitze und zwei diagonal gegenüberliegende Ecken der Grundfläche.

8.72 Die Mantelstrecke s und die Höhe h bilden mit der Differenz der beiden Radien ein rechtwinkliges Dreieck. $s^2 = h^2 + (r_u - r_o)^2$

8.73 ***a)*** 4,808... dm ***b)*** 1,271... m

8.74 59,859... m^2

8.75 ***a)*** 1 100,438... cm^2 (Oberfläche außen: 554,674... cm^2; Oberfläche innen: 539,542... cm^2; Grund- und Deckfläche: 6,220... cm^2)
b) 45 kg Kunststoff reichen aus, da die Masse der 1 000 Trichter nur 42,920... kg ausmacht.

8.76 1,024... m^3; 2 458,248... kg

8.77 ***a)*** 1 726,188... m^3 ***b)*** 571,100... m^3

8.78 ***1)*** 59,036...° ***2)*** 3,6 m x 2,6 m ***3)*** 37,411... m^3 ***4)*** 49,476... m^2

8.82 ***1)*** $O = \sqrt[3]{36V^2 \cdot \pi}$ ***2)*** $V = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{\frac{O^3}{\pi}}$

8.83

	V	O
a)	904,778... mm^3	452,389... mm^2
b)	167 558,678... m^3	14 698,129... m^2
c)	48 673 573,036... cm^3	664 683,086... cm^2
d)	21,500... dm^3	37,392... dm^2

8.84 ***a)*** 3,265... m ***b)*** 1,486... cm ***c)*** 5,671... m ***d)*** 1,028... km

8.85 $r = 0$ bzw. $r = 3$

8.86 ***a)*** Schlechte Näherung, der relative Fehler beträgt 7,360... %.
b) Näherung mit dieser Rechenvorschrift nicht sinnvoll. Die Näherung weicht bei genauer Berechnung der Kreisfläche um 32,934... % ab.
c) Mit dieser Formel erreicht man eine sehr gute Näherung, der relative Fehler beträgt nur 0,040... %.

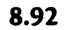
8.87 ***a)*** 234,572... cm^3 ***b)*** 1 055,575... km^3

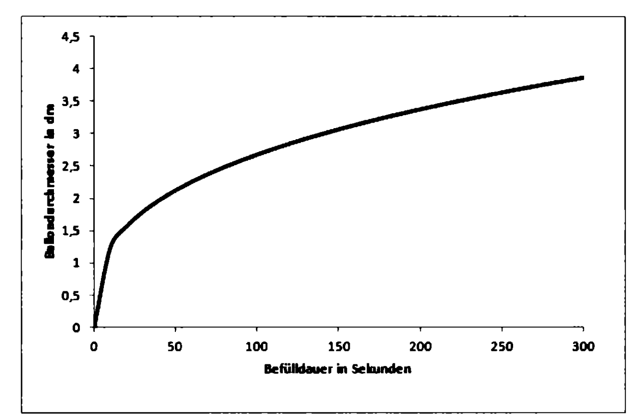
8.88 ***a)*** 2 073,451... m^2 ***b)*** 15,707... km^2

8.89 ***a)*** 1 658,760... dm^3 ***b)*** 1,015... m^3

8.90 ***a)*** 1 319,468... mm^2 ***b)*** 6 072,195... mm^2

8.91 ***a)*** 1,453... m ***b)*** 1,336... cm


8.92



Die Geschwindigkeit mit der der Durchmesser größer wird, wird mit der Zeit immer kleiner.

8.93 Ein handelsübliches Kaffeelot hat nicht die Form einer Halbkugel.
Das Volumen einer Halbkugel mit Radius 2,0 cm berechnen ergibt
$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot (2{,}0\,cm)^3 \cdot \pi}{3} = 16{,}755...\,cm^3$. Die beiden Volumina vergleichen ergibt keine Übereinstimmung: $18{,}5\,cm^3 \neq 16{,}755...\,cm^3$. (Die Angabe im Buch sollte „... mit einem Radius von ..." lauten.)

8.94 ***a)*** Verwendet man die Näherung $\pi \approx 3$ zur Berechnung des Kugelvolumens, so erhält man:
$V_{Kugel} \approx \frac{4}{3}r^3 \cdot 3 = 4r^3$. Das entspricht dem Volumen von vier Würfeln mit Seitenlänge r.
4,507... % relativer Fehler.

b) Verwendet man die Näherung $\pi \approx 3$ zur Berechnung der Kugeloberfläche, so erhält man:
$O_{Kugel} \approx 4r^2 \cdot 3 = 12r^2$. Das entspricht der Fläche von 12 Quadraten mit Seitenlänge r.
4,507... % relativer Fehler.

8.95 ***a)*** 0,598... dm ***b)*** 0,914... dm ***c)*** 1,969... dm

8.96 20,494... cm

8.97 ***a)*** 59,523... % ***b)*** 35,887... %

8.98 3,051... kg

8.99 ***1)*** 591,732... dm^3 ***2)*** 177,519... kg

8.100 168 215,853... km^2 kann man überblicken, davon sind 90,116... % mit Wasser bedeckt. Die Küste Amerikas ist ca. 4 000 km entfernt, die Bogenlänge, die überblickt werden kann, beträgt nur 231,410... km. Daher ist die Landfläche, die überblickt werden kann, auf die Inseln Hawaiis beschränkt (Landfläche 16 625 km^2).

8.101 ***1)*** 4,330... cm ***2)*** 0,356... ℓ ***3)*** 0,526... ℓ

8.102 ***1)*** Die Kantenlänge wird mit dem Faktor $\sqrt{2}$ multipliziert.
2) Die Kantenlänge wird mit dem Faktor $\sqrt[3]{2}$ multipliziert.

8.103 ***a)*** 22,167... m³ ***b)*** 36,945... m² ***c)*** 45,992... m²

8.104 ***a)*** 17 739,526... mm³; 4 377,750... mm² ***b)*** 5 986,572... cm³; 2 165,260... cm²

8.105

	V	O
a)	389 388,584... cm³	25 787,323... cm²
b)	110,850... mm³	111,594... mm²
c)	735 618,580... m³	39 408,138... m²

8.106 206 169 ℓ (206 169,233...)

8.107 187,5 cm³; 237,5 cm²

8.108 ***a)*** 54,735...°
b) Das Volumen des neuen Körpers (887,$\dot{3}$ dm³) ist doppelt so groß wie das Volumen des Verschnitts (443,$\dot{6}$ dm³).

8.109

	V	O
a)	1 340,147... cm³	876,729... cm²
b)	3 094,938... cm³	1 498,474... cm²
c)	8 040,884... cm³	3 223,747... cm²

8.110 ***a)*** 152,864...° ***b)*** 9,763...°

8.111 Es müssen zwei Größen gegeben sein. Dann kann entweder durch direktes Einsetzen in eine Formel oder durch Umformen einer Formel auf die restlichen Größen geschlossen werden.

8.112 ***a)*** 14 815,839... cm³ ***b)*** 34 215,715... cm³

8.113 ***a)*** 8 357,952... mm³; 1 032,038... mm² ***b)*** 13 304,644... dm³; 1 928,421... dm²

8.114

	V	A
a)	234,572... m³	150,796... m²
b)	570 494,429... dm³	26 929,983... dm²
c)	0,062... dm³	0,650... dm²

8.115 0,010 6 mm

8.116 ***1)*** 3,392... ℓ
2) 38 Menschen (38,453...) können untertauchen, ohne dass das Becken überschwappt.

8.117 ***a)*** 2 schiefe Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche und ein dreiseitiges Prisma
b) 251,1 m³
c) Trapez 55,980...°; Dreieck 64,983...°
d) 189,72 m²

8.118 ***a)*** 169,646... ℓ ***b)*** 44,209... cm

8.119 0,151... cm
Die Kugel hat mindestens die gleiche Dichte wie die Flüssigkeit, in die sie getaucht wird.

8.120 ***a)*** 1,889... cm ***b)*** mindestens 39 Schöpflöffel (38,748...)

8.121 16,679... cm

8.122 23,561... m^3

8.123 3,248... kg

8.124 Maße in cm; h = 1,253... cm; 396 Kugeln (395,825...)

8.125 2,879... kg

8.126 44,934... m^3
Wird der gelbe Teil in der Höhe des arithmetischen Mittels abgeschnitten, so ist der obere keilförmige Teil gleich groß wie der untere fehlende Teil.

8.127 ***1)*** 669,159... cm^3 ***2)*** $23{,}\dot{6}$ m

8.128 ***a)*** 583,024... m^3 ***b)*** 361,942... m^2

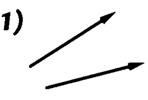
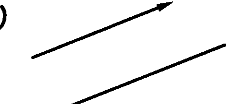
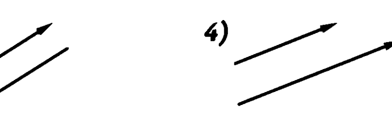
8.129 ***1)*** 9,601... m^2 ***2)*** 753,755... kg

8.130 Beide Körper sind regelmäßige Polyeder. Die vier Seitenflächen des Tetraeders sind kongruente gleichseitige Dreiecke, die sechs Seitenflächen des Würfels sind kongruente Quadrate.

9 Vektoren

9.1 $\vec{a}$, $\vec{f}$ und $\vec{y}$ sind gleich. Gleiche Pfeile müssen gleich gerichtet, gleich orientiert und gleich lang sein.

9.2 Déli pályaudvar bzw. Örs vezér tere

9.4 *1)*  *2)*  *3)* *4)* 

9.5 *1)* Endpunkt (6|3) *2)* Anfangspunkt (−1|1)

9.6 *1)* $\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$
2) d3, d5, e2, e6, g2, g6, h3, h5
3) b4, b6, c3, c7, e3, e7, f4, f6

9.7 **a)** $\begin{pmatrix}-2\\8\end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix}17\\8\end{pmatrix}$ *d)* $\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$
Auf die grafischen Darstellungen wird verzichtet.

9.8 **a)** ja *b)* nein *c)* ja *d)* nein

9.9 $\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$; $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$; $\vec{c}=\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$; $\vec{d}=\begin{pmatrix}0\\-5\end{pmatrix}$; $\vec{e}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$; $\vec{f}=\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$; $\vec{g}=\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$; $\vec{h}=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

9.10 Keine allgemein gültige Lösung angebbar.

9.11 **a)** falsch, $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ *c)* richtig *e)* richtig
b) falsch, $\overrightarrow{DG} \perp \overrightarrow{HC}$ *d)* falsch, $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{HD}$ *f)* richtig

9.12 **a)** Richtig. Sie sind parallel.
b) Falsch. Zwei Vektoren können nur gleich orientiert sein, wenn sie gleich gerichtet sind.
c) Falsch. Die Orientierung ist verschieden.
d) Falsch. Sie haben die gleiche Richtung, sind aber verschieden orientiert.
e) Falsch. Sie sind gleich gerichtet und gleich orientiert, aber unterschiedlich lang.
f) Falsch. Die Richtung stimmt überein.

9.13 *1)* Deltoid; $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{BD}$ stehen normal aufeinander, $\overrightarrow{AC}$ schneidet $\overrightarrow{BD}$ im Mittelpunkt von $\overrightarrow{BD}$.
2) $\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$
3) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DA}=\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

9.14 Länge = 10 Einheiten; Satz von Pythagoras

9.16 **a)** 5 E *b)* $\sqrt{65}$ E *c)* 13 E *d)* 8 E

9.17 **a)** $\sqrt{65}$ E *b)* 15 E *c)* $\sqrt{73}$ E *d)* 13 E

9.18 **a)** $\sqrt{109}$ E *b)* $\sqrt{130}$ E *c)* $\sqrt{65}$ E

9.19 **a)** $\sqrt{160}$ E *b)* $\sqrt{242}$ E *c)* $\sqrt{185}$ E

9.20 **a)** u = 15,854... E, gleichschenkliges Dreieck
b) u = 25,816... E, rechtwinkliges Dreieck

9.21 ***a)*** u = 28,844... E; d = 10,198... E
Die gegenüberliegenden Vektoren sind gleich $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ bzw. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$ und die beiden Diagonalen sind gleich lang $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.
b) u = 26,832... E; d = 9,486... E
Begründung analog zu ***a)***.

9.22 ***a)*** keines von beiden ***b)*** keines von beiden

9.23 ***a)*** nein; $(|\overrightarrow{AB}|)^2 \neq (|\overrightarrow{AC}|)^2 + (|\overrightarrow{BC}|)^2$ ***b)*** nein; $(|\overrightarrow{AC}|)^2 \neq (|\overrightarrow{AB}|)^2 + (|\overrightarrow{BC}|)^2$

9.24 $c = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{265} \approx 16{,}28$; $b = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{641} \approx 25{,}32$; $a = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{218} \approx 14{,}77$
$a + b > c$; $a + c > b$; $b + c > a$

9.25

Weg des Turms: $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, Weg der Dame: $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

9.27 ***a)*** $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -11 \\ -7 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

9.28 ***1)*** $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -11 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\vec{d} = \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{e} = \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \end{pmatrix}$; $\vec{f} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

2) a) $\begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} -29 \\ -1 \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} 3 \\ 17 \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} -17 \\ -12 \end{pmatrix}$

3) Auf die Darstellung wird verzichtet.

9.29 ***a)*** C(9|5); e = 15 E; f = 6,708... E ***b)*** A(−7|11); e = 17,029... E; f = 5,099... E

9.30 ***1)*** Auf die Darstellung wird verzichtet.
2) Das Ergebnis der Addition ist gleich, wenn man die Summanden vertauscht. Die Addition von zwei Vektoren ist kommutativ.

9.31 ***1)*** $\vec{v} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$ ***2)*** $-\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$; die Orientierung hat sich geändert.

9.33 ***a)*** $\begin{pmatrix} -3{,}2 \\ 4 \end{pmatrix}$, kürzer ***c)*** $\begin{pmatrix} -12 \\ 7 \end{pmatrix}$, andere Orientierung

b) $\begin{pmatrix} -2{,}8 \\ -3{,}4 \end{pmatrix}$, kürzer, andere Orientierung ***d)*** $\begin{pmatrix} 0 \\ 9 \end{pmatrix}$, länger

9.34 ***a)*** Parallel, da $\vec{a} = 4 \cdot \vec{b}$. Die beiden Vektoren unterscheiden sich nur in ihrer Länge.
b) und ***c)*** Nicht parallel, da es keinen Skalar s mit $\vec{a} = s \cdot \vec{b}$ gibt.

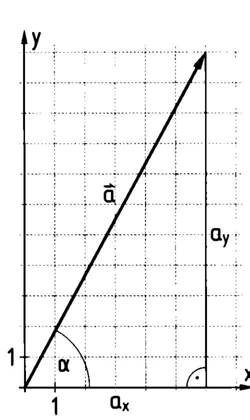
9.35 ***a)*** $\begin{pmatrix} -0{,}819... \\ 0{,}573... \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} 0{,}554... \\ 0{,}832... \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} -0{,}832... \\ -0{,}554... \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ***e)*** $\begin{pmatrix} 0{,}928... \\ 0{,}371... \end{pmatrix}$ ***f)*** $\begin{pmatrix} -0{,}857... \\ 0{,}514... \end{pmatrix}$

9.36 Durch Anschreiben von $a \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Gleichungssystem I: $5a - 3b = 1$
II: $4a - 2b = 2$
Die Lösung a = 2 bzw. b = 3 ergibt die Faktoren, mit denen $\vec{r}$ bzw. $\vec{s}$ vervielfacht werden müssen, damit die Summe den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ergibt.

9.37 ***a)*** Um die Gleichung $5 + 3s = -6$ zu erfüllen, müsste $s = -\frac{11}{3}$ sein, und um die Gleichung $-2 + s = 3$ zu erfüllen, müsste s = 5 sein. s kann aber nur einen Wert annehmen.
b) Um die Gleichung $3 - s = 1$ zu erfüllen, müsste s = 2 sein, und um die Gleichung $4 + 2s = 1$ zu erfüllen, müsste $s = -\frac{3}{2}$ sein. s kann aber nur einen Wert annehmen.

9.38 Die Behauptung ist nicht richtig, die Länge verändert sich auf das k-fache.
$k \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot x \\ k \cdot y \end{pmatrix}$. Berechnung der Länge: $\sqrt{k^2x^2 + k^2y^2} = \sqrt{k^2 \cdot (x^2 + y^2)} = k \cdot \sqrt{(x^2 + y^2)}$
Das ist das k-fache der ursprünglichen Länge.

9.39



1) $\alpha \approx 61°$ (61,389...°)
2) $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$, $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$, $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Der Winkel α lässt sich mit $\alpha = \arctan\left(\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}\right)$ berechnen.

9.41 (3|5)

9.42 ***a)*** 22,380...° ***b)*** 5,906...° ***c)*** 36,027...° ***d)*** 81,634...°

9.43 ***a)*** $\overrightarrow{w_1} = \begin{pmatrix} 1{,}76 \\ 0{,}88 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_2} = \begin{pmatrix} -0{,}16 \\ 0{,}32 \end{pmatrix}$ ***c)*** $\overrightarrow{w_1} = \begin{pmatrix} 1{,}24 \\ 1{,}24 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_2} = \begin{pmatrix} 0{,}68 \\ -0{,}68 \end{pmatrix}$
b) $\overrightarrow{w_1} = \begin{pmatrix} 0{,}708... \\ 1{,}869... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_2} = \begin{pmatrix} 0{,}060... \\ -0{,}022... \end{pmatrix}$

9.44 ***a)*** $M_{AB}(-2|4{,}5)$; $M_{BC}(-6|2)$; $M_{CD}(3|-1)$; $M_{AD}(7|1{,}5)$
b) $M_{AB}(-7{,}5|-1)$; $M_{BC}(1{,}5|-3{,}5)$; $M_{CD}(8|0)$; $M_{AD}(-1|2{,}5)$

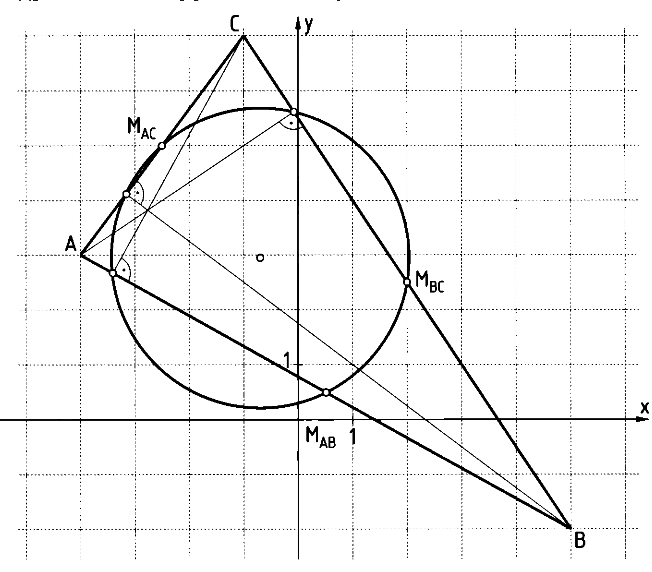
9.45 ***a)*** $\overrightarrow{w_{BAD}} = \begin{pmatrix} -0{,}070... \\ -0{,}252... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{ABC}} = \begin{pmatrix} 0{,}715... \\ -1{,}102... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{BCD}} = \begin{pmatrix} 1{,}257... \\ 1{,}145... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{ADC}} = \begin{pmatrix} -1{,}902... \\ 0{,}209... \end{pmatrix}$
b) $\overrightarrow{w_{BAD}} = \begin{pmatrix} 0{,}631... \\ -1{,}351... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{ABC}} = \begin{pmatrix} 1{,}215... \\ 1{,}329... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{BCD}} = \begin{pmatrix} -0{,}221... \\ 0{,}335... \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{w_{ADC}} = \begin{pmatrix} -1{,}626... \\ -0{,}313... \end{pmatrix}$

9.46 ***1)*** $M_{AB}(-1|4,5)$, $M_{AC}(3,5|1)$, $M_{BC}(-2,5|-0,5)$ ***2)*** $S(0|1,\dot{6})$ ***3)*** 9,013... E

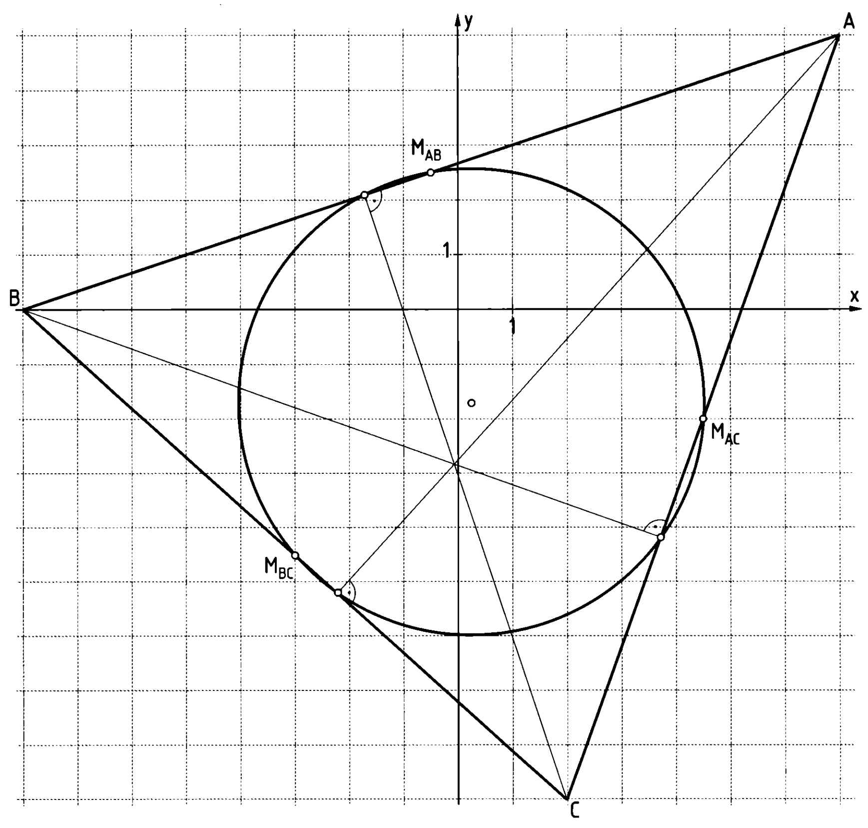
4) $\frac{M_{AB} + M_{AC} + M_{BC}}{3} = \frac{\begin{pmatrix}-1\\4,5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3,5\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2,5\\-0,5\end{pmatrix}}{3} = \frac{\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}}{3} = \begin{pmatrix}0\\1,\dot{6}\end{pmatrix}$

Das sind die Koordinaten des Schwerpunkts des ursprünglichen Dreiecks, siehe ***2)***.

9.47 ***a)*** $M_{AB}(0,5|0,5)$; $M_{BC}(2|2,5)$; $M_{AC}(-2,5|5)$



b) $M_{AB}(-0,5|2,5)$; $M_{BC}(-3|-4,5)$; $M_{AC}(4,5|-2)$



9.48 $\overrightarrow{OM_{AB}} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{AB}}{2} = \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}{2} = \frac{2 \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}{2} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$

9.51 Werden Richtung und Geschwindigkeit der Schlepper durch Vektoren $\vec{v_1}, \vec{v_2}$ dargestellt, so bewegt sich das Schiff in Richtung des Vektors $\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$. Die Schlepper sollten möglichst nahe nebeneinander fahren.

9.54 ***a)*** 1 004,220... N ***b)*** 2,180... kN

9.55 ***a)*** ca. 76 m nach ca. 4 s ***b)*** ca. 18 m nach ca. 2 s ***c)*** ca. 54 m nach ca. 3,3 s

9.56 ***a)*** 71,559... N; 59,914...° ***b)*** 199,532... N; 50,198...°

9.57

	$\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{b}-\vec{a}$	$\lvert\vec{a}\rvert$	$\lvert\vec{b}\rvert$	$\vec{a_0}$	$\vec{b_0}$
a)	$\begin{pmatrix}-8\\-24\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}20\\-2\end{pmatrix}$	17,804... E	14,317... E	$\begin{pmatrix}-0{,}786...\\-0{,}617...\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0{,}419...\\-0{,}907...\end{pmatrix}$
b)	$\begin{pmatrix}9\\13{,}5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-15\\-4{,}5\end{pmatrix}$	15 E	5,408... E	$\begin{pmatrix}0{,}8\\0{,}6\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}-0{,}554...\\0{,}832...\end{pmatrix}$
c)	$\begin{pmatrix}4{,}58\\-1{,}82\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}7{,}58\\-3{,}26\end{pmatrix}$	1,663... E	6,589... E	$\begin{pmatrix}-0{,}901...\\0{,}432...\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0{,}922...\\0{,}385...\end{pmatrix}$

9.58 ***a)*** (−5|−4) ***b)*** (−1|−1)

9.59 ***a)*** ca. 2,65 m; ca. 0,34 s ***b)*** ca. 2,94 m; ca. 0,44 s ***c)*** ca. 1,26 m; ca. 0,21 s

9.60 a = 5,099... E, b = 8,246... E, u = 26,690... E, Schnittpunkt der Diagonalen: (4|5)

9.61 ***a)*** A(−1|−6) ***b)*** C(−1,5|8)
Wenn ein Einheitsvektor mit einem Skalar s multipliziert wird, dann hat der entstehende Vektor die Länge |s|.

9.62 ***1)*** S(3|4); s_A: $\overrightarrow{M_{BC}A} = \begin{pmatrix}3\\-9\end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix} = 3 \cdot \overrightarrow{M_{BC}S}$; s_B: $\overrightarrow{M_{AC}B} = \begin{pmatrix}7{,}5\\6\end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix}2{,}5\\2\end{pmatrix} = 3 \cdot \overrightarrow{M_{AC}S}$;

s_C: $\overrightarrow{M_{AB}C} = \begin{pmatrix}-10{,}5\\3\end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix}-3{,}5\\1\end{pmatrix} = 3 \cdot \overrightarrow{M_{AB}S}$

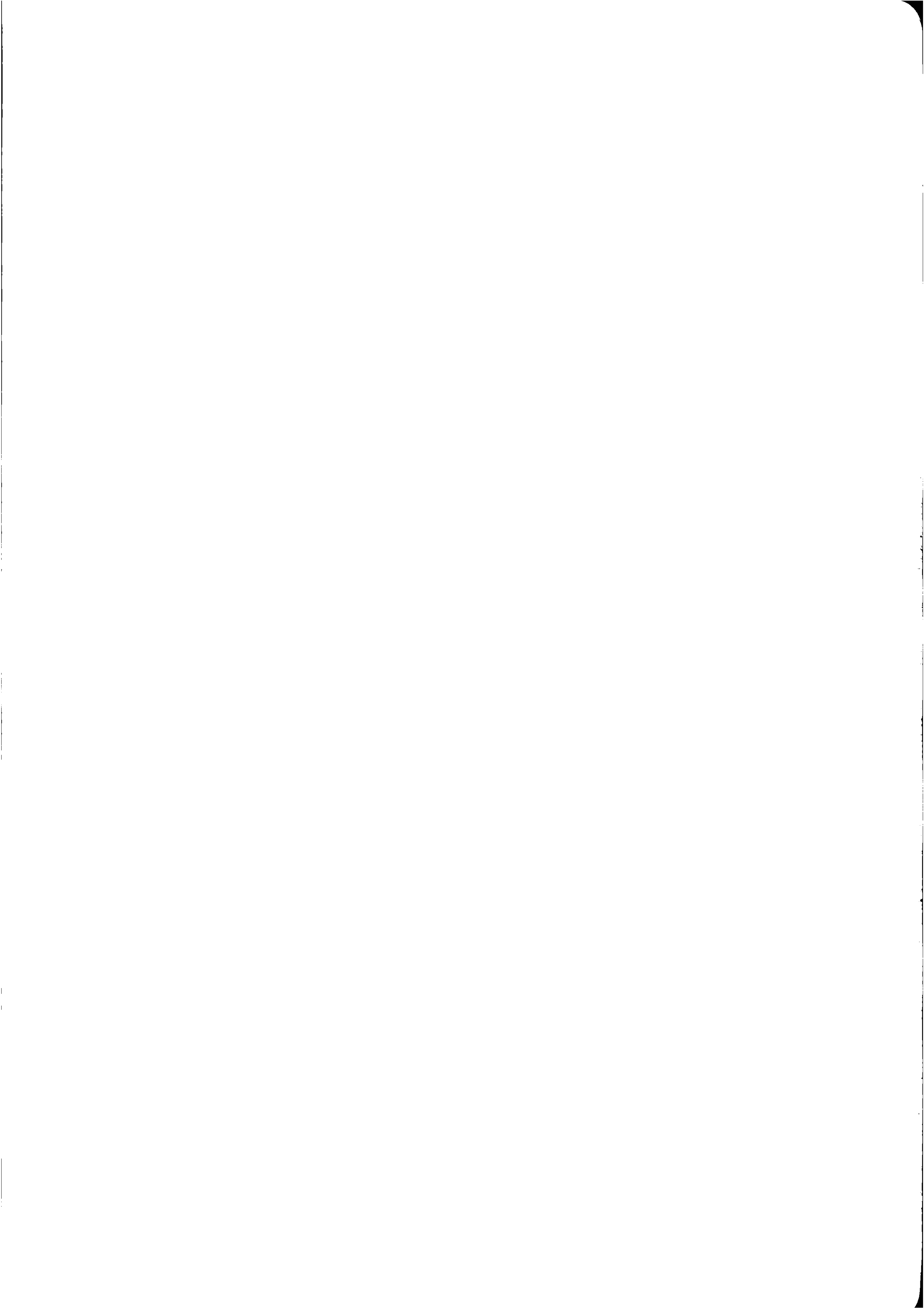
2) $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OM_{AB}} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{M_{AB}C} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2} + \frac{\overrightarrow{OC} - \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}}{3} =$

$= \frac{3 \cdot \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{OB} + 2 \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}}{6} = \frac{2 \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})}{6} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{3}$

3) Es wird eine Überprüfung mithilfe von Technologieeinsatz verlangt.

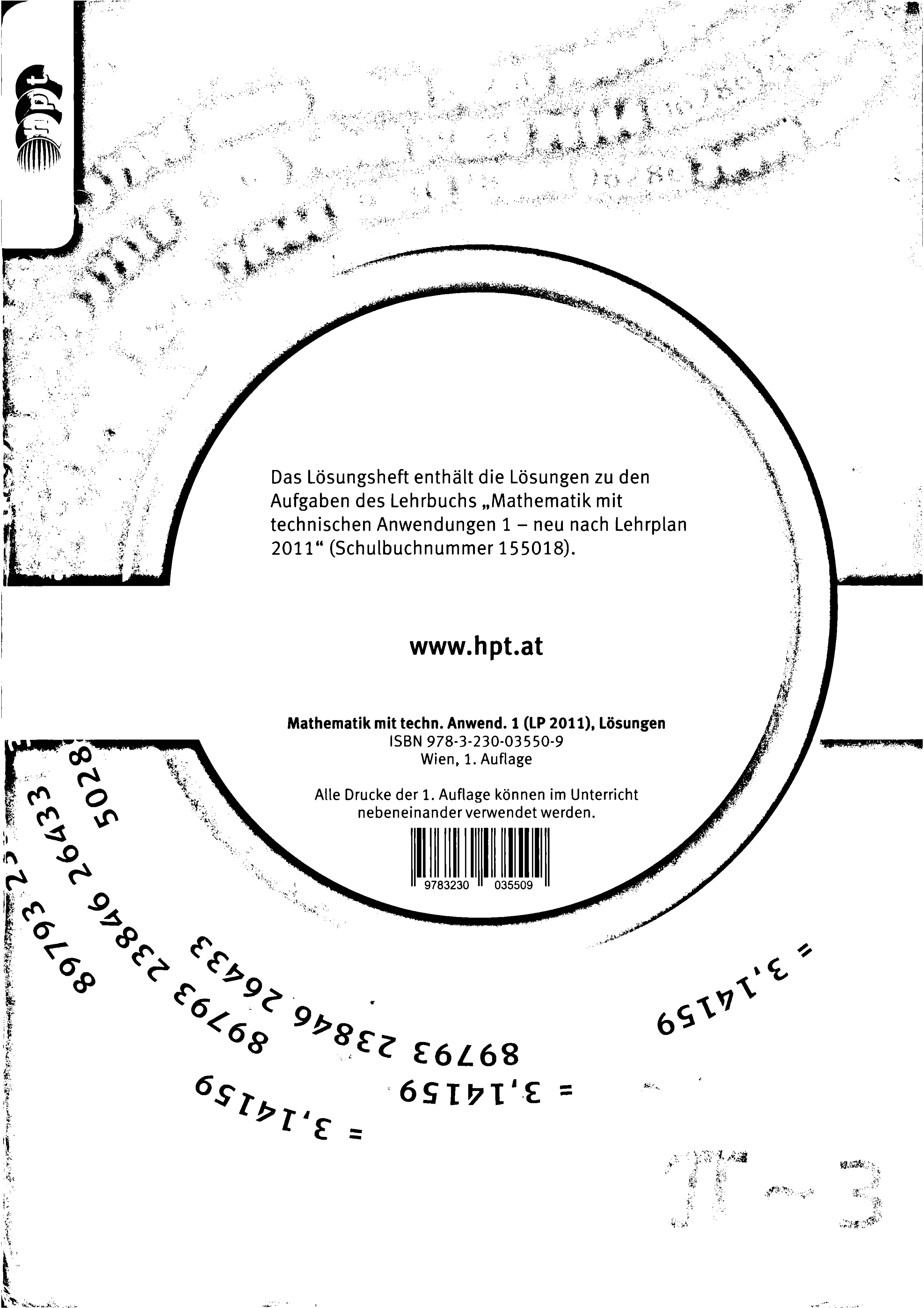
9.63 siehe 9.46

9.64 siehe 9.47









Das Lösungsheft enthält die Lösungen zu den Aufgaben des Lehrbuchs „Mathematik mit technischen Anwendungen 1 – neu nach Lehrplan 2011“ (Schulbuchnummer 155018).

www.hpt.at

Mathematik mit techn. Anwend. 1 (LP 2011), Lösungen
ISBN 978-3-230-03550-9
Wien, 1. Auflage

Alle Drucke der 1. Auflage können im Unterricht nebeneinander verwendet werden.

9783230 035509